# Подготовка к ЦЭ по математике

## Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений. Часть 2

Мы уже говорили о том, что все тригонометрические уравнения сводятся к решению *четырех основных типов простейших уравнений*.

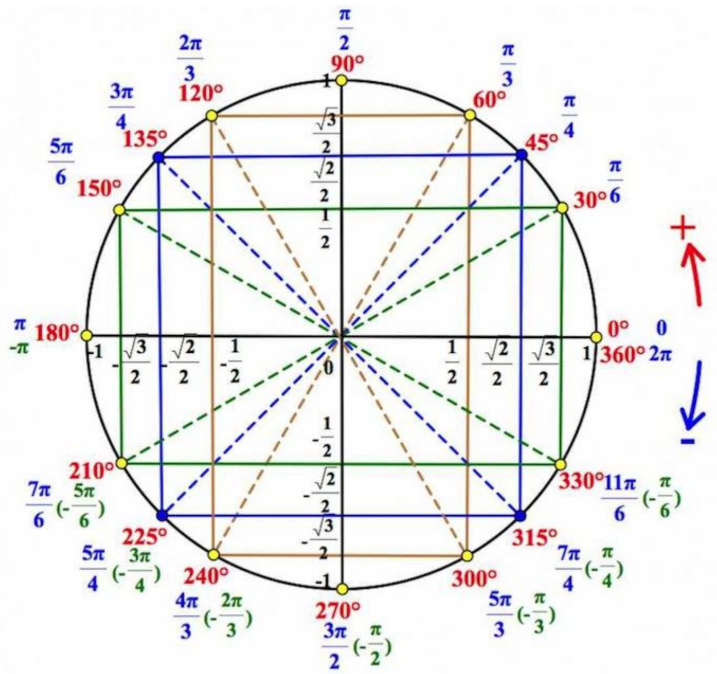
В части 1 статьи мы научились решать уравнения вида $cos\,x = a$

Сейчас займемся решением уравнений вида $sin\,x = a$.

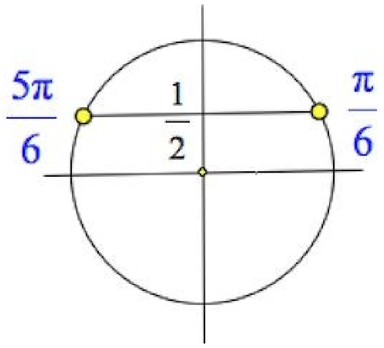
В 3-й части статьи смотрите решение уравнений вида $tg\,x = a,\ ctg\,x = a$.

# Уравнение вида $sin\,x = a$

Решим уравнение $sin\,x = \frac{1}{2}$.
Находим на оси синусов на тригонометрическом круге $\frac{1}{2}$:



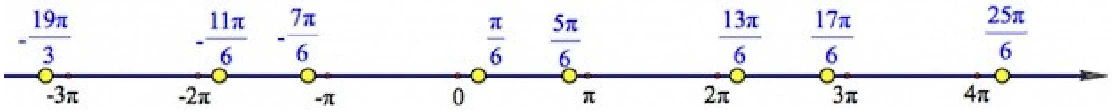

Проводя горизонталь через точку $\frac{1}{2}$ оси синусов, выходим на точки круга $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$:



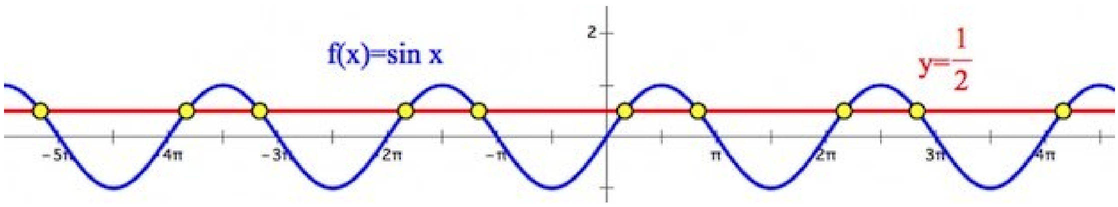

Как мы знаем, за каждой из полученных точек скрывается бесконечно много других точек. Например, точка $\frac{\pi}{6} + 2\pi$

на тригонометрическом круге располагается там же, где и $\frac{\pi}{6}$, значит значение синуса в этой точке также равно $\frac{1}{2}$.

На оси подходящие нам точки располагаются так:




Графическое решение уравнения $sin\, x = \frac{1}{2}$:




Мы уже знаем, что все подходящие точки взять в ответ нампозволяет счетчик. То есть мы вводим целое число $n$

$(n = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots)$.

И записываем ответ так:

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z \quad \text{или} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Эти две серии решений можно записать и в одну строку:

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$$

Поперебирайте различные значения $n$, и вы убедитесь, чтовсе нужные нам точки укладываются в эту формулу.

И все же,

$n = -1:$ $x = -\frac{\pi}{6} - \pi$, то есть $x = -\frac{7\pi}{6}$;

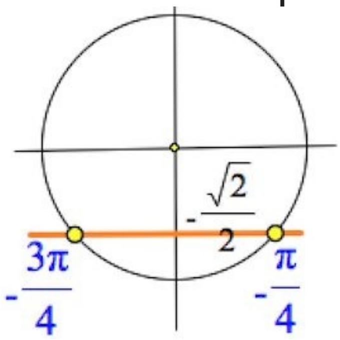
$n = 0:$ $x = \frac{\pi}{6}$;

$n = 1:$ $x = -\frac{\pi}{6} + \pi$, то есть $x = \frac{5\pi}{6}$;

$n = 2:$ $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi$ $x = \frac{13\pi}{6}$;

и т.д. Убедились?

Если бы мы решали, например,  уравнение $sin\,x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,




то решением бы было

$$x_1=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ x_2=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$$

или, что тоже самое,

$$x=(-1)^n\ \ (-\frac{\pi}{4})+\pi n, n\in Z,$$

то есть $x=(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z.$

Я думаю, вы уже увидели общий принцип формирования ответа.

Давайте дадим **формулу, которой можно руководствоваться, решая уравнения**

$sin\,x=a$, где $a$ – из $[-1;\,1]$

(в противном случае, когда $a$ – не из $[-1;\,1]$ – решений нет)

Но вам формула будет понятна, если вы уже знакомы с понятием «арксинус».

$$x=(-1)^n arcsin\,a+\pi n,\ n\in Z$$

или, что тоже самое

$$x_1=arcsin\,a+2\pi n,\ x_2=\pi-arcsin\,a+2\pi n,\ n\in Z$$

Если нам встречается уравнение с нетабличным значением синуса, вроде этого $sin\,x=-\frac{1}{5}$, то ответ будет выглядеть так:

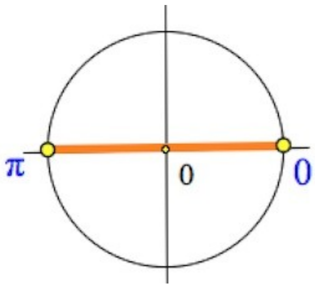
$$x=(-1)^n arcsin(-\frac{1}{5})+\pi n,\ n\in Z,$$

то есть $x = (-1)^{n+1} arcsin\frac{1}{5} + \pi n,\ n \in Z$

(согласно свойству функции арксинус).

## Частные случаи решения уравнения $sin\, x = a$

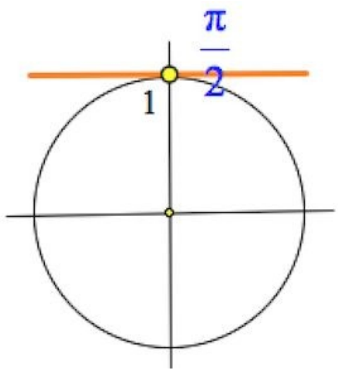
**1)** $sin\, x = 0$




Ответ прекрасно ложится в одну строку без всяких там $(-1)^n$ за счет полукругового счетчика $\pi n$.

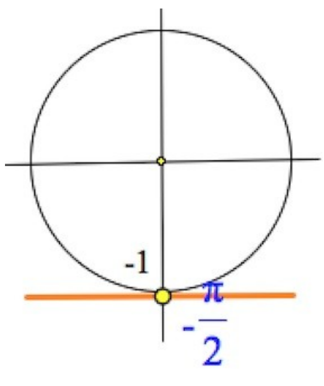
Имеем: $x = \pi n,\ n \in Z.$

**2)** $sin\, x = 1$




У нас всего одна серия точек: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$

**3)** $sin\, x = -1$




Аналогично примеру 2 имеем: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$