Подготовка к ЦЭ по математике

Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений. Часть 3

Мы уже говорили о том, что все тригонометрические уравнения сводятся к решению *четырех основных типов простейших уравнений*.

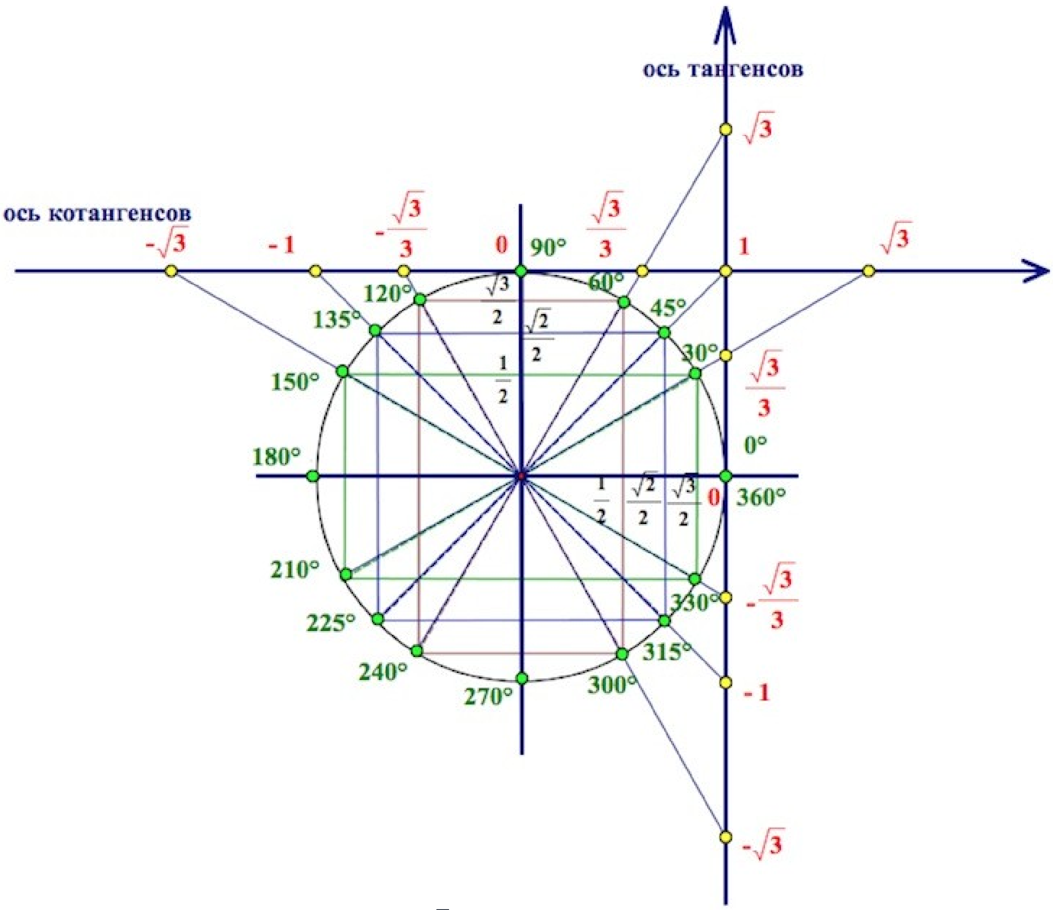
В части 1 статьи и в части 2 статьи мы научились решать уравнения вида $cos\, x = a$ и $sin\, x = a$.

Сейчас займемся решением уравнений вида $tg\, x = a$ и $ctg\, x = a$.

Уравнение вида $tg\, x = a$

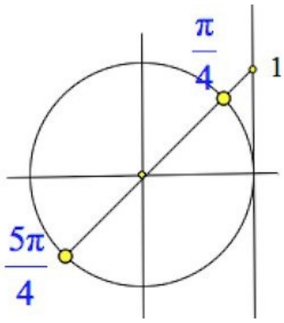
Решим уравнение $tg\, x = 1$.

На оси тангенсов находим 1, соединяем эту точку с точкой «начало координат»:



$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z.$$

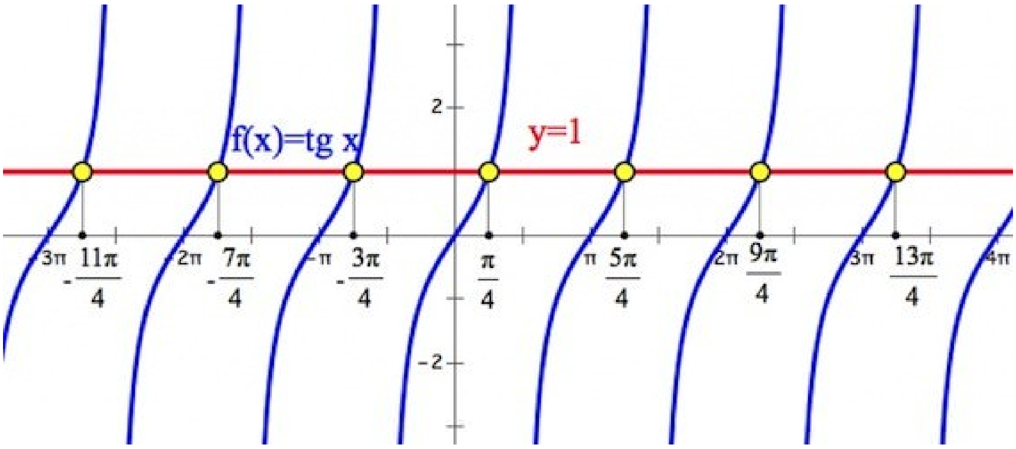
«Выходим» на круг:



Получаем две серии точек:

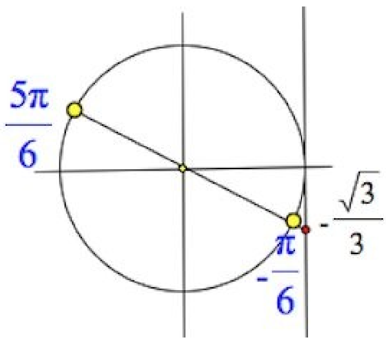
$x=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$ и $x=\frac{5\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$,

которые, конечно, можно объединить в одну строку:Приведем, для наглядности, и такое графическое



решениеданного уравнения:

Если мы решаем уравнение $tg\,x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, то



решение $x=-\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z.$

Наверняка, принцип уже ясен.

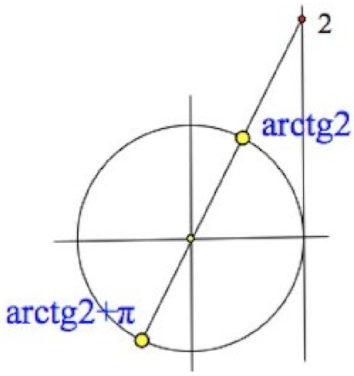
Давайте дадим **формулу, которой можно руководствоваться, решая уравнения**

$$tg\,x=a$$

(Но вам формула будет понятна, если вы уже знакомы с понятием «арктангенс»)

$$x = arctg\, a + \pi n,\ n \in Z$$

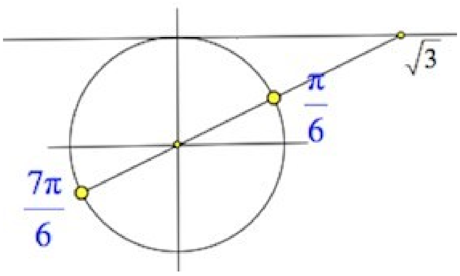
Если мы имеем дело не с табличным значением, например, решаем уравнение $tg\, x = 2$, то решение его – $x = arctg\, 2 + \pi n, n \in Z$.



Уравнение вида $ctg\, x = a$

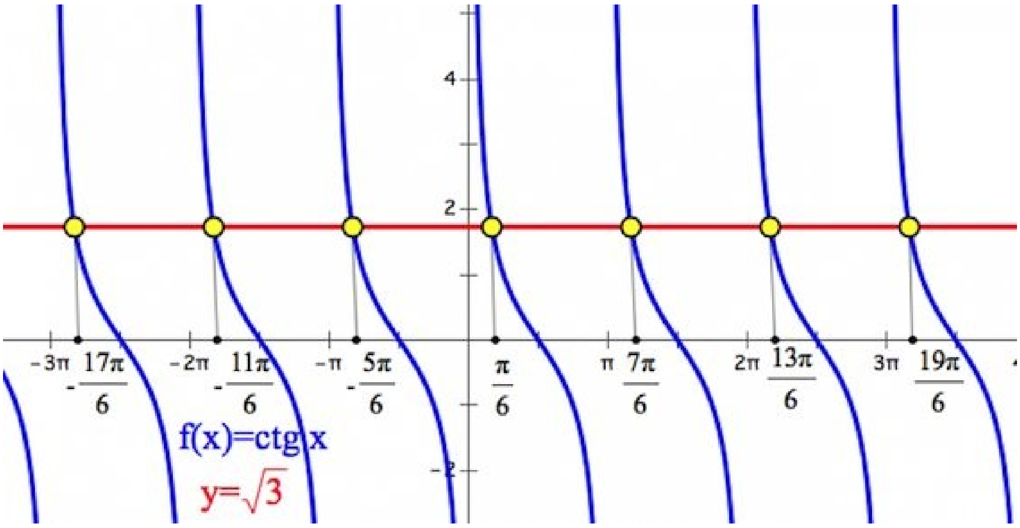
Решим уравнение $ctg\, x = \sqrt{3}$.

На оси котангенсов находим $\sqrt{3}$, соединяем эту точку с точкой «начало координат»:

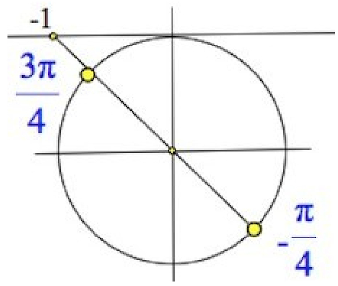


На круге образовались две серии точек, которые мы можем записать в одну строку: $x = \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$.

Для наглядности прилагаю и такое графическое решение данного уравнения:



Если мы решаем, например, уравнение $ctg\,x=-1$, то решение следующее:



$x=-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z.$

Вот формула, которой можно руководствоваться, решая уравнения

$$tg\,x=a$$

(Но формула будет понятна, если вы уже знакомы с понятием «арккотангенс»)

$$x=arcctg\,a+\pi n,\ n\in Z$$

При решении уравнения, например, $ctg\,x=10$ с нетабличным значение котангенса, ответ будет выглядеть так:

$$x=arcctg\,10+\pi n,\ n\in Z.$$