Теория вероятностей, формулы и примеры

Есть три группы событий: достоверные, невозможные и случайные. Часть из них можно объяснить при помощи математики и других точных наук. В этом материале расскажем про теорию вероятностей, рассмотрим формулы и примеры решения задач.

Тема непростая, но если вы собираетесь поступать на факультет, где нужны базовые знания высшей математики, освоить материал — must have. Тем более, все формулы по теории вероятности пригодятся не только в универе, но и при решении заданийна ЦЭ. Начнем!

Основные понятия

Французские математики Блез Паскаль и Пьер Ферма анализировали азартные игры и исследовали прогнозы выигрыша. Тогда они заметили первые закономерности случайных событий на примере бросания костей и сформулировали теорию вероятностей.

Когда мы кидаем монетку, то не можем точно сказать, что выпадет: орел или решка.

Но если подкидывать монету много раз — окажется, что каждая сторона выпадает примерно равное количество раз. Из чего можно сформулировать вероятность: 50% на 50%, что выпадет «орел» или «решка».

Теория вероятностей — это раздел математики, который изучает закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Событие и виды событий

Событие — это базовое понятие теории вероятности. События бывают достоверными, невозможными и случайными.

- **Достоверным** является событие, которое в результате испытания обязательно произойдет. Например, камень упадет вниз.
- **Невозможным** является событие, которое заведомо не произойдет в результате испытания. Например, камень при падении улетит вверх.

- **Случайным** называется событие, которое в результате испытания может произойти, а может не произойти. Например, из колоды карт вытащили туза.

Обычно события обозначают большими латинскими буквами. Например, **A** — событие, при котором из колоды вытащили туза, **D** — событие, при котором из колоды вытащили семерку.

Несовместными называются события, в которых появление одного из событий исключает появление другого (при условии одного и того же испытания). Простейшим примером несовместных событий является пара противоположных событий. Событие, противоположное данному, обычно обозначается той же латинской буквой с черточкой вверху. Например:

- A_0 — в результате броска монеты выпадет орел;
- $\bar{A}_0$ — в результате броска монеты выпадет решка.

Полная группа событий — это множество несовместных событий, среди которых в результате отдельно взятого испытания обязательно появится одно из этих событий.

Алгебра событий

Операция сложения событий означает логическую связку ИЛИ, а операция умножения событий — логическую связку И.

Сложение событий

Суммой двух событий A и B называется событие $A+B$, которое состоит в том, что наступит **или** событие A, **или** событие B, **или** оба события одновременно. В том случае, если события несовместны, последний вариант отпадает, то есть может наступить **или** событие A, **или** событие B.

Правило распространяется и на большее количество слагаемых, например, событие $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ состоит в том, что произойдет хотя бы одно из событий A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, а если события несовместны — то одно и только одно событие из этой
суммы: **или** событие A_1, **или** событие A_2, **или** событие A_3, **или** событие A_4, **ил и** событие A_5.

Примеров масса:

- Событие (при броске игральной кости не выпадет 5 очков) состоит в том, что выпадет **или** 1, **или** 2, **или** 3, **или** 4, **или** 6 очков.
- Событие B_1,2 = $B_1 + B_2$ (выпадет не более двух очков) состоит в том, что появится 1 **или** 2 очка.
- Событие $B_ч = B_2 + B_4 + B_6$ (будет чётное число очков) состоит в том, что выпадет **или** 2 **, или** 4 **, или** 6 очков.

Умножение событий

Произведением двух событий A И B называют событие AB, которое состоит в совместном появлении этих событий. Иными словами, умножение AB означает, что при некоторых обстоятельствах
наступит **и** событие A, **и** событие B. Аналогичное утверждение справедливо и для большего количества событий: например,
произведение $A_1A_2A_3 \dots A_{10}$ подразумевает, что при определенных условиях произойдет **и** событие A_1, **и** событие A_2, **и** событие A_3,..., **и** событие A_{10}.

Рассмотрим испытание, в котором подбрасываются две монеты, и следующие события:

- A_1 — на 1-й монете выпадет орел;
- $\bar{A}_1$ — на 1-й монете выпадет решка;
- A_2 — на 2-й монете выпадет орел;
- $\bar{A}_2$ — на 2-й монете выпадет решка.

Тогда:

- событие A_1A_1 состоит в том, что на обеих монетах (на 1-й **и** на 2-й) выпадет орел;
- событие $\bar{A}_2\bar{A}_2$ состоит в том, что на обеих монетах (на 1-й **и** на 2-й) выпадет решка;
- событие $A_1\bar{A}_2$ состоит в том, что на 1-й монете выпадет орел **и** на 2-й монете решка;
- событие $\bar{A}_1A_2$ состоит в том, что на 1-й монете выпадет решка **и** на 2-й монете орел.

Классическое определение и формула вероятности

Вероятностью события А в некотором испытании называют отношение:

P (A) = m/n, где **n** — общее число всех равновозможных, элементарных исходов этого испытания, а **m** — количество элементарных исходов, благоприятствующих событию **A**.

Свойства вероятности:

- Вероятность достоверного события равна единице.
- Вероятность невозможного события равна нулю.
- Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

Таким образом, вероятность любого события удовлетворяет двойному неравенству $\mathbf{0 \le P(A) \le 1}$.

Как решать задачи по теории вероятности

Пример 1. В пакете 15 конфет: 5 с молочным шоколадом и 10 — с горьким. Какова вероятность вынуть из пакета конфету с белым шоколадом?

Как рассуждаем:

Так как в пакете нет конфет с белым шоколадом, то m = 0, n = 15. Следовательно, искомая вероятность равна нулю:

P = 0/15 = 0

Неприятная новость для любителей белого шоколада: в этом примере событие «вынуть конфету с белым шоколадом» — невозможное.

Ответ: 0.

Пример 2. Из колоды в 36 карт вынули одну карту. Какова вероятность появления карты червовой масти?

Как рассуждаем:

Вспоминаем основную формулу теории вероятности, которую мы привели выше. Количество элементарных исходов, то есть количество карт равно 36 (n). Число случаев, благоприятствующих появлению карты червовой масти (А) равно 9 (m).

Следовательно:

Ответ: 0,25.