

Умножение смешанного числа на дробь

Чтобы умножить смешанное число на дробь, нужно смешанное число перевести в неправильную дробь, затем выполнить перемножение обыкновенных дробей.

$$1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

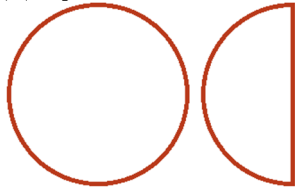
Пример 1. Найти значение выражения

Переведём смешанное число $1\frac{1}{2}$ в неправильную дробь. После перевода это число превратится в

дробь $\frac{3}{2}$. Затем можно будет умножить эту дробь на $\frac{2}{3}$

$$1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$$

Допустим, имеются одна целая и половина пиццы:



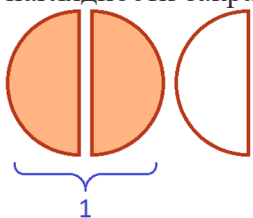
$\frac{2}{3}$

Умножить эти куски на $\frac{2}{3}$ означает взять от них две трети. Чтобы взять от них две трети, сначала разделим их на три равные части. Разделим пополам ту пиццу, которая слева. Тогда у нас получится три равных куска:



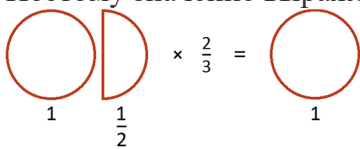
$\frac{2}{3}$

Теперь если мы возьмем $\frac{2}{3}$ (два куска из трёх имеющихся), то получим одну целую пиццу. Для наглядности закрасим эти два куска:



1

Поэтому значение выражения $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ было равно 1



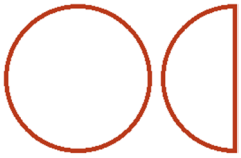
Умножение смешанных чисел

Встречаются задачи, в которых требуется перемножить смешанные числа. Например,

перемножить $1\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{2}$. Чтобы решить этот пример, нужно перевести эти смешанные числа в неправильные дроби, затем выполнить умножение неправильных дробей:

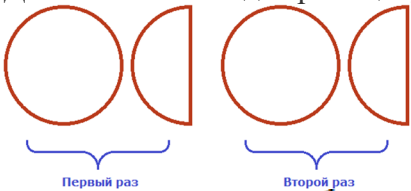
$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Попробуем разобраться в этом примере с помощью рисунка. Допустим, имеются одна целая и половина пиццы:



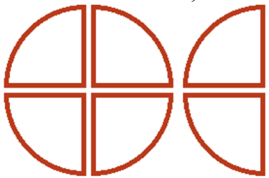
Теперь разберемся со смешанным множителем $2\frac{1}{2}$. Этот множитель означает, что одну целую и половину пиццы нужно взять 2 раза и еще $\frac{1}{2}$ раза.

С множителем 2 всё понятно, он означает что одну целую и половину пиццы нужно взять два раза. Давайте возьмём два раза целую пиццу и половину:



Но ещё осталось взять $\frac{1}{2}$ от изначальной целой пиццы и половины, ведь множителем было

смешанное число $2\frac{1}{2}$. Для этого вернёмся к изначальной одной целой и половине пиццы, и разделим их на равные части так, чтобы можно было взять от них ровно половину. А половину мы сможем взять, если разделим целую пиццу на четыре части, а половину на две части:



Мы разделили нашу целую пиццу и половину на равные части, и теперь можем сказать, что

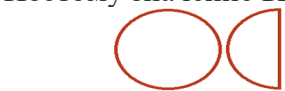
является половиной от этих кусков. Половиной от этих кусков является $\frac{3}{4}$ пиццы. Это можно хорошо увидеть, если мы упорядочим наши равные кусочки следующим образом:



А если смотреть на изначальную целую пиццу и половину с точки зрения такого порядка, как на

этом рисунке, то половиной от них является $\frac{3}{4}$ пиццы.

Поэтому значение выражения $1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ равно $3\frac{3}{4}$



×
 $2\frac{1}{2}$
=



$$2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4}$$

Пример 2. Найти значение выражения

Переводим смешанные числа в неправильные дроби и перемножаем эти неправильные дроби. Если в ответе получится неправильная дробь, выделим в ней целую часть:

$$2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4} = \frac{7}{3} \times \frac{13}{4} = \frac{7 \times 13}{3 \times 4} = \frac{91}{12} = 7\frac{7}{12}$$

Деление целого числа на дробь

Чтобы разделить целое число на дробь, нужно это целое число умножить на дробь, обратную делителю.

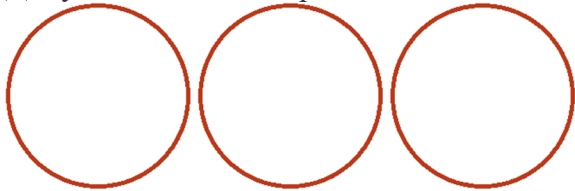
Например, разделим число 3 на дробь $\frac{1}{2}$. Здесь число 3 — это делимое, а дробь $\frac{1}{2}$ — делитель.

Чтобы решить этот пример, нужно число 3 умножить на дробь, обратную дроби $\frac{1}{2}$. А обратная

дроби для дроби $\frac{1}{2}$ это дробь $\frac{2}{1}$. Поэтому умножаем число 3 на дробь $\frac{2}{1}$

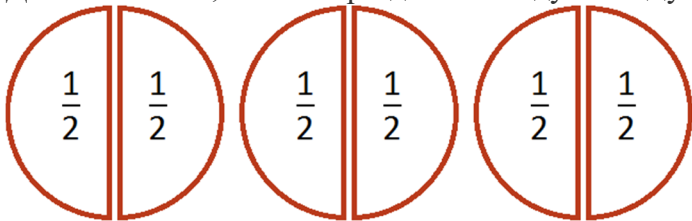
$$3 : \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1} = \frac{3 \times 2}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

Допустим, имеются три целые пиццы:



Если мы зададим вопрос «сколько раз $\frac{1}{2}$ (половина пиццы) содержится в трёх пиццах», то ответом будет «шесть раз».

Действительно, если мы разделим каждую пиццу пополам, то у нас получится шесть половинок:



Поэтому значение выражения $3 : \frac{1}{2}$ равно 6.

$$2 : \frac{3}{2}$$

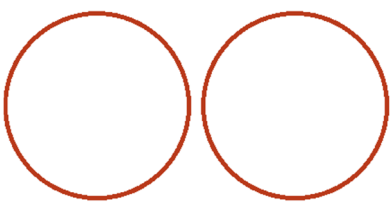
Пример 2. Найти значение выражения

Чтобы решить этот пример, нужно число 2 умножить на дробь, обратную дроби $\frac{3}{2}$. А обратная

дроби для дроби $\frac{3}{2}$ это дробь $\frac{2}{3}$

$$2 : \frac{3}{2} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

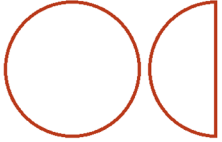
Допустим, имеются две целые пиццы:



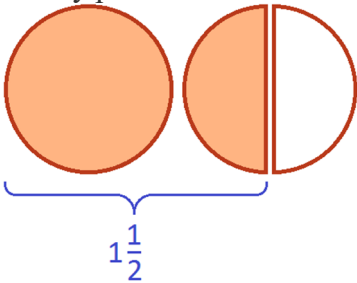
Зададим вопрос «Сколько раз $\frac{3}{2}$ пиццы содержится в этих двух пиццах?» Чтобы ответить на этот вопрос, выделим целую часть в дроби $\frac{3}{2}$. После выделения целой части в этой дроби получим $1\frac{1}{2}$

Теперь поставим вопрос так: «Сколько раз $1\frac{1}{2}$ (одна целая и половина пиццы) содержится в двух пиццах?».

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно найти в двух пиццах такое количество пиццы, которое изображено на следующем рисунке:



В двух пиццах одна целая и половина пиццы содержится один раз. Это можно увидеть, если вторую пиццу разделить пополам:



А оставшаяся половина это треть от $1\frac{1}{2}$, которая не вместились. Третью она является по той причине, что в одной целой и половине пиццы целую часть пиццы можно разделить пополам. Тогда каждый кусок будет третью от этого количества:



Поэтому значение выражения $2 : \frac{3}{2}$ равно $1\frac{1}{3}$

Пример 3. Найти значение выражения $5 : \frac{9}{4}$

Чтобы решить этот пример, нужно число 5 умножить на дробь, обратную дроби $\frac{9}{4}$. А обратная дробь для дроби $\frac{9}{4}$ это дробь $\frac{4}{9}$. Поэтому умножаем число 5 на $\frac{4}{9}$

$$5 : \frac{9}{4} = 5 \times \frac{4}{9} = \frac{5 \times 4}{9} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$$

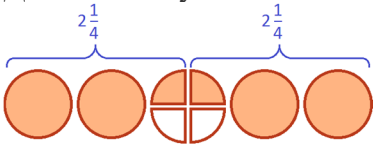
Дробь $\frac{20}{9}$ это 2 целых и $\frac{2}{9}$. Проще говоря, две целые и четверть пиццы:



А выражение $5 : \frac{9}{4}$ определяет сколько раз $2\frac{1}{4}$ содержится в пяти целых пиццах. Ответом было смешанное число $2\frac{2}{9}$.

То есть $2\frac{1}{4}$ пиццы содержится в пяти целых пиццах $2\frac{2}{9}$ раза.

Давайте нацупаем в пяти пиццах два раза по $2\frac{1}{4}$



Белым цветом осталось не выделено две четверти. Эти две четверти представляют собой $\frac{2}{9}$ от $2\frac{1}{4}$

, которые не вместились. Двумя девятыми они являются по той причине, что в $2\frac{1}{4}$ пиццы каждую целую пиццу можно разделить на четыре части. Тогда каждый кусок будет девятой частью от этого количества, а два куска соответственно двумя из девяти:



Поэтому значение выражения $5 : \frac{9}{4}$ равно $2\frac{2}{9}$

Деление дроби на целое число

Чтобы разделить дробь на целое число, нужно данную дробь умножить на число, обратное делителю. Таким делением мы занимались в прошлом уроке. Вспомним ещё раз.

Пример 1. Разделим дробь $\frac{1}{2}$ на число 2

Чтобы разделить дробь $\frac{1}{2}$ на 2, нужно данную дробь умножить на число, обратное числу 2. А

обратное числу 2 это дробь $\frac{1}{2}$

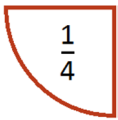
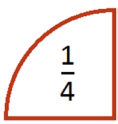
$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Пусть имеется половина пиццы:



$\frac{1}{2}$

Разделим её поровну на две части. Тогда каждая получившаяся часть будет одной четвертой пиццы:



Поэтому значение выражения $\frac{1}{2} : 2$ равно $\frac{1}{4}$

Пример 2. Найти значение выражения $\frac{5}{7} : 2$

Чтобы решить этот пример, нужно дробь $\frac{5}{7}$ умножить на число, обратное числу 2. Обратное числу 2

это дробь $\frac{1}{2}$

$$\frac{5}{7} : 2 = \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

Пример 3. Найти значение выражения $\frac{3}{5} : 3$

Умножаем первую дробь $\frac{3}{5}$ на число, обратное числу 3. Обратное числу 3 это дробь $\frac{1}{3}$

$$\frac{3}{5} : 3 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{5 \times 3} = \frac{3}{15} = \frac{3 : 3}{15 : 3} = \frac{1}{5}$$

Деление целого числа на смешанное число

Встречаются задачи, в которых требуется разделить целое число на смешанное число. Например,

разделим 2 на $1\frac{1}{2}$.

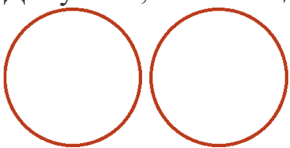
Чтобы решить этот пример, нужно делитель $1\frac{1}{2}$ перевести в неправильную дробь. Затем умножить число 2 на дробь, обратную делителю.

Переведём делитель $1\frac{1}{2}$ в неправильную дробь, получим $\frac{3}{2}$. Затем умножим 2 на дробь, обратную

дроби $\frac{3}{2}$. Обратная для дроби $\frac{3}{2}$ это дробь $\frac{2}{3}$

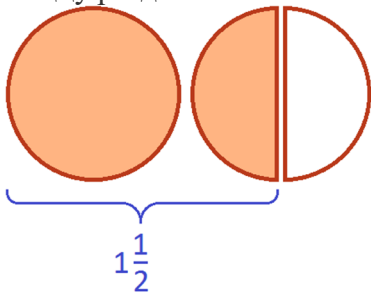
$$2 : 1\frac{1}{2} = 2 : \frac{3}{2} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Допустим, имеются две целые пиццы:



Зададим вопрос «Сколько раз $1\frac{1}{2}$ (одна целая и половина пиццы) содержится в двух целых пиццах?». Похожий пример мы решали ранее, когда учились делить целое число на дробь.

В двух пиццах одна целая и половина пиццы содержится один раз. Это можно увидеть, если вторую пиццу разделить пополам:



А оставшаяся половина это треть от $1\frac{1}{2}$, которая не вместились. Третью она является по той причине, что в одной целой и половине пиццы целую часть пиццы можно разделить пополам. Тогда каждый кусок будет третью от этого количества:



Поэтому значение выражения $2 : 1\frac{1}{2}$ равно $1\frac{1}{3}$

Пример 2. Найти значение выражения $5 : 2\frac{1}{7}$

Переводим делитель $2\frac{1}{7}$ в неправильную дробь, получаем $\frac{15}{7}$. Теперь умножаем число 5 на дробь,

$$5 : 2\frac{1}{7} = 5 : \frac{15}{7} = 5 \times \frac{7}{15} = \frac{5 \times 7}{15} = \frac{35}{15} = \frac{35 : 5}{15 : 5} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Сначала мы получили ответ $\frac{35}{3}$, затем сократили эту дробь на 5, и получили $\frac{7}{3}$, но этот ответ нас тоже не устроил, поскольку он представлял собой неправильную дробь. Мы выделили в этой неправильной дроби целую часть. В результате получили ответ $2\frac{1}{3}$

Деление смешанного числа на целое число

Чтобы разделить смешанное число на целое число, нужно смешанное число перевести в неправильную дробь, затем умножить эту дробь на число, обратное делителю.

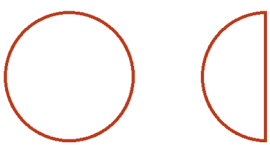
Например, разделим $1\frac{1}{2}$ на 2. Чтобы решить этот пример, нужно делимое $1\frac{1}{2}$ перевести в неправильную дробь. Затем умножить эту дробь на число, обратное делителю 2.

Переведём смешанное число $1\frac{1}{2}$ в неправильную дробь, получим $\frac{3}{2}$.

Теперь умножаем $\frac{3}{2}$ на число, обратное числу 2. Обратное числу 2 это дробь $\frac{1}{2}$

$$1\frac{1}{2} : 2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

Допустим, имеется одна целая и половина пиццы:



Разделим это количество пиццы поровну на две части. Для этого сначала разделим на две части целую пиццу:



Затем разделим поровну на две части и половину:



Теперь если мы сгруппируем эти кусочки на две группы, то получим по $\frac{3}{4}$ пиццы в каждой группе:



Поэтому значение выражения $1\frac{1}{2} : 2$ равно $\frac{3}{4}$

Пример 2. Найти значение выражения $3\frac{1}{5} : 4$

Переведём делимое $3\frac{1}{5}$ в неправильную дробь, получим $\frac{16}{5}$. Теперь умножаем $\frac{16}{5}$ на число,

обратное числу 4. Обратное числу 4 это дробь $\frac{1}{4}$.

$$3\frac{1}{5} : 4 = \frac{16}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{16}{20} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5}$$

Деление смешанных чисел

Чтобы разделить смешанные числа, нужно перевести их в неправильные дроби, затем выполнить обычное деление дробей. То есть умножить первую дробь на дробь, обратную второй.

$$2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$$

Пример 1. Найти значение выражения $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$
Переведём смешанные числа в неправильные дроби. Получим следующее выражение:

$$2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{5}{2} : \frac{5}{4}$$

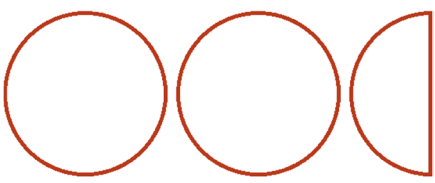
Как решать дальше мы уже знаем. Первую дробь $\frac{5}{2}$ нужно умножить на дробь, обратную второй.

Обратная для второй дроби это дробь $\frac{4}{5}$.

Дорешаем данный пример до конца:

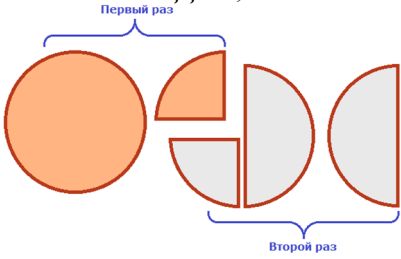
$$2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{5}{2} : \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{2 \times 5} = \frac{20}{10} = 2$$

Допустим, имеются две целые и половина пиццы:



$$1\frac{1}{4}$$

Если зададим вопрос «Сколько раз $1\frac{1}{4}$ (одна целая и четверть пиццы) содержится в двух целых и половине пиццы», то ответом будет «два раза»:



$$3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4}$$

Пример 2. Найти значение выражения

Переведём смешанные числа в неправильные дроби. Получим следующее выражение:

$$3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4} = \frac{18}{5} : \frac{9}{4}$$

Теперь умножаем первую дробь на дробь, обратную второй. Обратная для дроби это дробь $\frac{4}{9}$

$$3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4} = \frac{18}{5} : \frac{9}{4} = \frac{18}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{18 \times 4}{5 \times 9} = \frac{72}{45} = \frac{72 : 9}{45 : 9} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

Сначала мы получили дробь $\frac{72}{45}$. Эту дробь мы сократили на 9. В результате получили дробь $\frac{8}{5}$, но

такой ответ нас тоже не устроил и мы выделили в дроби $\frac{8}{5}$ целую часть. В результате получили

окончательный ответ $1\frac{3}{5}$.