

## Умножение дроби на число

Чтобы умножить дробь на число, нужно числитель данной дроби умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.

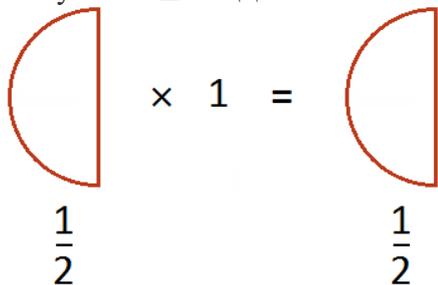
**Пример 1.** Умножить дробь  $\frac{1}{2}$  на число 1.

Умножим числитель дроби  $\frac{1}{2}$  на число 1

$$\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Запись  $\frac{1}{2} \times 1$  можно понимать, как взять половину 1 раз. К примеру, если  $\frac{1}{2}$  пиццы взять 1 раз, то

получится  $\frac{1}{2}$  пиццы


$$\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

Из законов умножения мы знаем, что если множимое и множитель поменять местами, то

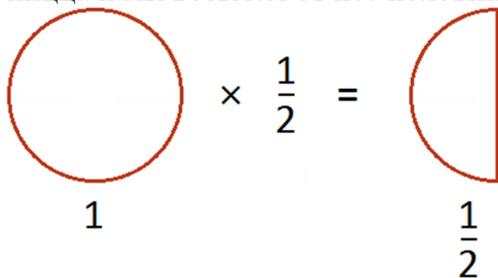
произведение не изменится. Если выражение  $\frac{1}{2} \times 1$ , записать как  $1 \times \frac{1}{2}$ , то произведение по

прежнему будет равно  $\frac{1}{2}$ . Опять же срабатывает правило перемножения целого числа и дроби:

$$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Эту запись можно понимать, как взятие половины от единицы. К примеру, если имеется 1 целая

пицца и мы возьмем от неё половину, то у нас окажется  $\frac{1}{2}$  пиццы:


$$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

---

**Пример 2.** Найти значение выражения  $\frac{2}{4} \times 4$

Умножим числитель дроби  $\frac{2}{4}$  на 4

$$\frac{2}{4} \times 4 = \frac{2 \times 4}{4} = \frac{8}{4}$$

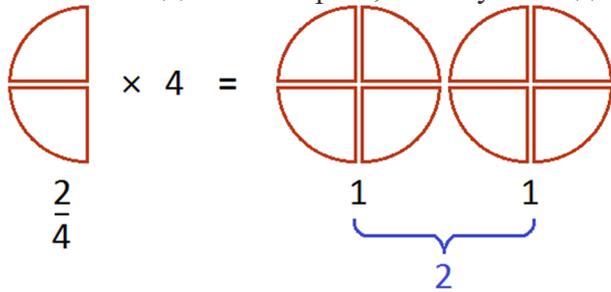
В ответе получилась неправильная дробь. Выделим в ней целую часть:

$$\frac{2}{4} \times 4 = \frac{2 \times 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{2}{4} \times 4$$

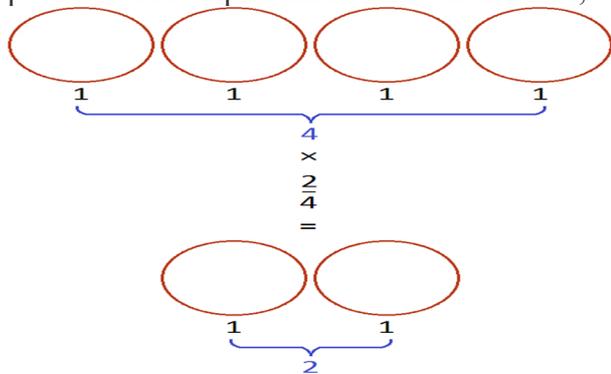
Выражение  $\frac{2}{4} \times 4$  можно понимать, как взятие двух четвертей 4 раза. К примеру,

если  $\frac{2}{4}$  пиццы взять 4 раза, то получится две целые пиццы



$$4 \times \frac{2}{4}$$

А если поменять множимое и множитель местами, то получим выражение  $4 \times \frac{2}{4}$ . Оно тоже будет равно 2. Это выражение можно понимать, как взятие двух пицц от четырех целых пицц:



Число, которое умножается на дробь, и знаменатель дроби разрешается сокращать, если они имеют общий делитель, больший единицы.

$$4 \times \frac{3}{4}$$

Например, выражение  $4 \times \frac{3}{4}$  можно вычислить двумя способами.

**Первый способ.** Умножить число 4 на числитель дроби, а знаменатель дроби оставить без изменений:

$$4 \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

**Второй способ.** Умножаемую четвёрку и четвёрку, находящуюся в знаменателе дроби  $\frac{3}{4}$ , можно сократить. Сократить эти четвёрки можно на 4, поскольку наибольший общий делитель для двух четвёрок есть сама четвёрка:

$$\cancel{4}^1 \times \frac{3}{\cancel{4}_1} = \frac{1 \times 3}{1} = \frac{3}{1} = 3$$

Получился тот же результат 3. После сокращения четвёрок, на их месте образуются новые числа: две единицы. Но перемножение единицы с тройкой, и далее деление на единицу ничего не меняет.

Поэтому решение можно записать покороче:

$$\cancel{4}^1 \times \frac{3}{\cancel{4}_1} = 3$$

Сокращение может быть выполнено даже тогда, когда мы решили воспользоваться первым способом, но на этапе перемножения числа 4 и числителя 3 решили воспользоваться сокращением:

$$4 \times \frac{3}{4} = \frac{\cancel{4}^1 \times 3}{\cancel{4}_1} = 3$$

А вот к примеру выражение  $7 \times \frac{2}{5}$  можно вычислить только первым способом — умножить

число 7 на числитель дроби  $\frac{2}{5}$ , а знаменатель оставить без изменений:

$$7 \times \frac{2}{5} = \frac{7 \times 2}{5} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

Связано это с тем, что число 7 и знаменатель дроби  $\frac{2}{5}$  не имеют общего делителя, большего единицы, и соответственно не сокращаются.

Некоторые ученики по ошибке сокращают умножаемое число и числитель дроби. Делать этого нельзя. Например, следующая запись не является правильной:

$$\cancel{2}^1 \times \frac{\cancel{6}^3}{5} = \frac{3}{5}$$

Сокращение дроби подразумевает, что **и числитель и знаменатель** будет разделён на одно и то же

число. В ситуации с выражением  $\cancel{2}^1 \times \frac{\cancel{6}^3}{5}$  деление выполнено только в числителе, поскольку

записать  $\cancel{2}^1 \times \frac{\cancel{6}^3}{5}$  это всё равно, что записать  $\frac{\cancel{2}^1 \times \cancel{6}^3}{5}$ . Видим, что деление выполнено только в числителе, а в знаменателе никакого деления не происходит.

### Умножение дробей

Чтобы перемножить дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели. Если в ответе получится неправильная дробь, нужно выделить в ней целую часть.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

**Пример 1.** Найти значение выражения

Умножаем числитель первой дроби на числитель второй дроби, а знаменатель первой дроби на знаменатель второй дроби:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6}$$

Получили ответ  $\frac{2}{6}$ . Желательно сократить данную дробь. Дробь  $\frac{2}{6}$  можно сократить на 2. Тогда окончательное решение примет следующий вид:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$$

Выражение  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$  можно понимать, как взятие  $\frac{2}{3}$  пиццы от половины пиццы. Допустим, у нас есть половина пиццы:



$\frac{1}{2}$

Как взять от этой половины две третьих? Сначала нужно поделить эту половину на три равные части:



И взять от этих трех кусочков два:

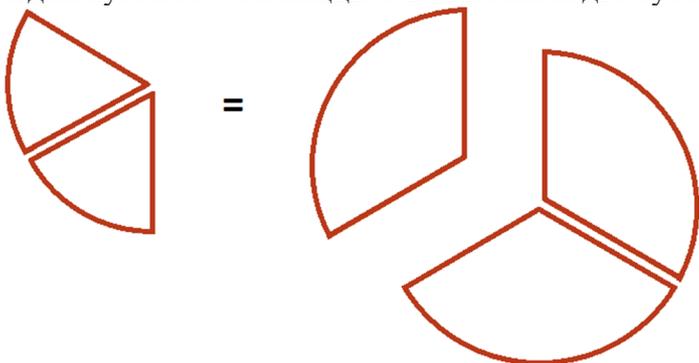


$\frac{1}{3}$

У нас получится  $\frac{1}{3}$  пиццы. Вспомните, как выглядит пицца, разделенная на три части:

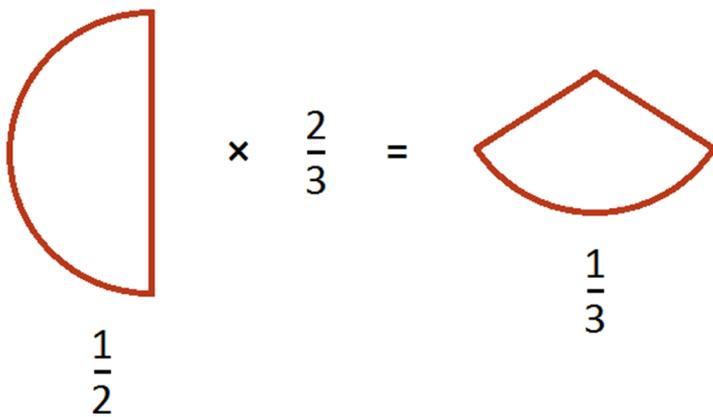


Один кусок от этой пиццы и взятые нами два кусочка будут иметь одинаковые размеры:



Другими словами, речь идет об одном и том же размере пиццы. Поэтому значение

выражения  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$  равно  $\frac{1}{3}$



$$\frac{2}{4} \times \frac{5}{2}$$

**Пример 2.** Найти значение выражения

Умножаем числитель первой дроби на числитель второй дроби, а знаменатель первой дроби на знаменатель второй дроби:

$$\frac{2}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 5}{4 \times 2} = \frac{10}{8}$$

В ответе получилась неправильная дробь. Выделим в ней целую часть:

$$\frac{2}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 5}{4 \times 2} = \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$$

$$\frac{21}{30} \times \frac{5}{15}$$

**Пример 3.** Найти значение выражения

Умножаем числитель первой дроби на числитель второй дроби, а знаменатель первой дроби на знаменатель второй дроби:

$$\frac{21}{30} \times \frac{5}{15} = \frac{21 \times 5}{30 \times 15} = \frac{105}{450}$$

В ответе получилась правильная дробь, но будет хорошо, если её сократить. Чтобы сократить эту дробь, нужно числитель и знаменатель данной дроби разделить на наибольший общий делитель (НОД) чисел 105 и 450.

Итак, найдём НОД чисел 105 и 450:

$$\begin{array}{r|l} 105 & \underline{3} \\ 35 & \underline{5} \\ 7 & \underline{7} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & \underline{3} \\ 75 & \underline{3} \\ 25 & \underline{5} \\ 5 & \underline{5} \\ 1 & \end{array}$$

$$5 \times 3 = 15$$

Теперь делим числитель и знаменатель нашего ответа на НОД, который мы сейчас нашли, то есть на 15

$$\frac{21}{30} \times \frac{5}{15} = \frac{21 \times 5}{30 \times 15} = \frac{105}{450} = \frac{105:15}{450:15} = \frac{7}{30}$$

