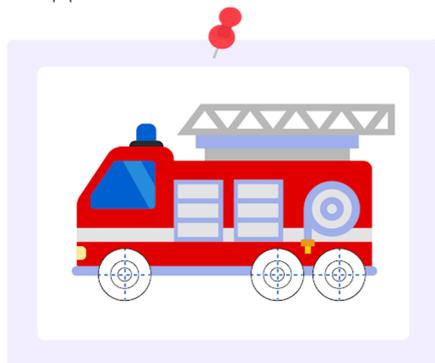


Тема: Смешанные числа

Что такое смешанные числа

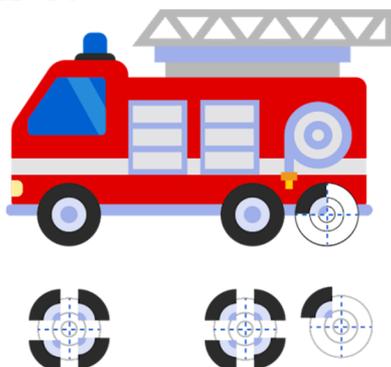
Максу на день рождения подарили мозаику «Пожарная машина», и он решил её собрать. Последними деталями, которыми нужно было дополнить картинку, были колёса. По инструкции было видно, что каждое колесо состояло из равных деталей и всего в наборе таких деталей должно быть .



Макс пересчитал все детали колёс и обнаружил, что некоторые детали потерялись и осталось только деталей. Получается, что у него было всех колёс.

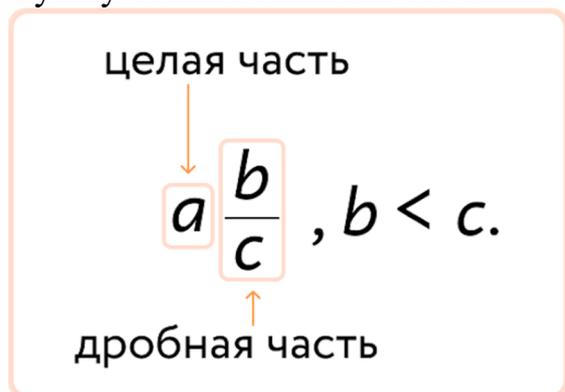


Макс всё же решил закончить мозаику. Он выложил детали по инструкции и получил целых колеса и часть -го:



Макс задумался: «Как обозначить числом это количество колёс?». На мозаике видно, что получилось целых колеса, каждое из которых сложено из равных частей (и колеса) и колеса. Значит, число полученных колёс можно найти так:
(к.)

Сумму можно записать без знака «» в виде **смешанного числа** .



Неправильную дробь можно записать в виде смешанного числа.

Смешанное число — это сумма целого числа и правильной дроби, записанная без знака « \ll ».

Смешанное число состоит из **целой части** и **дробной части**. Дробная часть всегда выражена **правильной дробью**.

Например:

;
.

Это интересно

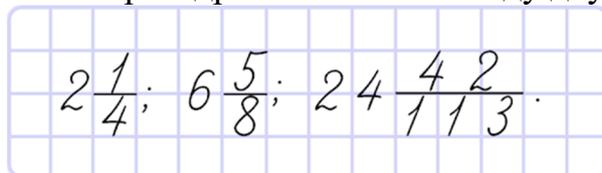
Смешанные числа читают так: сначала называют число целой части, обязательно проговаривая «целых», затем читают правильную дробь. Например:

— две целых одна четвёртая;

— шесть целых пять восьмых;

— двадцать четыре целых сорок две сто тринадцатых.

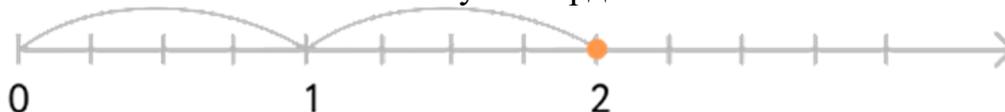
Чтобы грамотно **записать смешанное число**, нужно значение целой части написать напротив дробной черты дробной части между двумя клеточками.



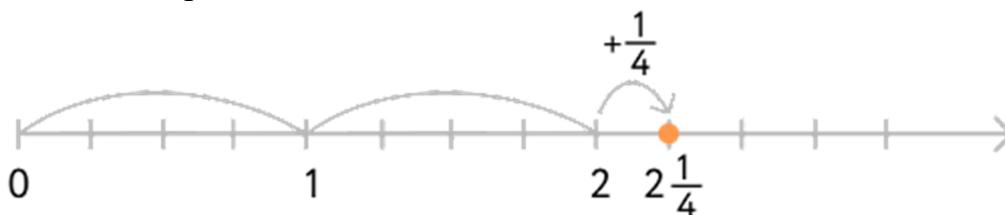
Смешанные числа на числовом луче

Смешанное число можно отметить на числовом луче. Найдём местоположение точки с координатой .

Так как , мы можем сначала найти точку с координатой :



Так как к числу прибавляется , то сделаем ещё одно перемещение вправо, равное единичного отрезка:

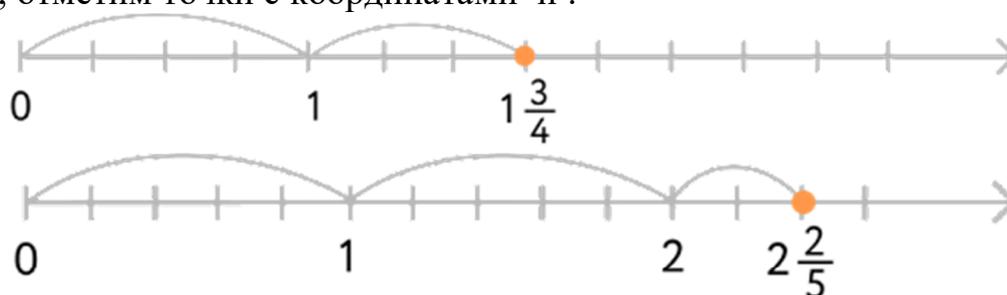


Чтобы отметить смешанное число на числовом луче, надо:

отметить на числовом луче число, указанное в целой части смешанного числа;

отложить вправо от полученной точки расстояние, равное числу, указанному в \square дробной части смешанного числа;
записать координату полученной точки смешанным числом.

Например, отметим точки с координатами и :



Теперь ты знаешь:

Неправильную дробь можно записать в виде смешанного числа.

Смешанное число — это сумма целого числа и правильной дроби, записанная без знака « \langle ».

Смешанное число состоит из **целой части** и **дробной части**. Дробная часть всегда выражена **правильной дробью**.

Чтобы отметить смешанное число на числовом луче, надо:

отметить на числовом луче число, указанное в целой части смешанного числа;

отложить от полученной точки расстояние, равное числу, указанному в дробной части смешанного числа;

записать координату полученной точки смешанным числом.

Выделение целой части дроби

Вычислим дробь $\frac{5}{2}$. Пять разделить на два будет два и один в остатке:

$$5 : 2 = 2 \text{ (1 в остатке)}$$

$$\text{Проверка: } (2 \times 2) + 1 = 4 + 1 = 5$$

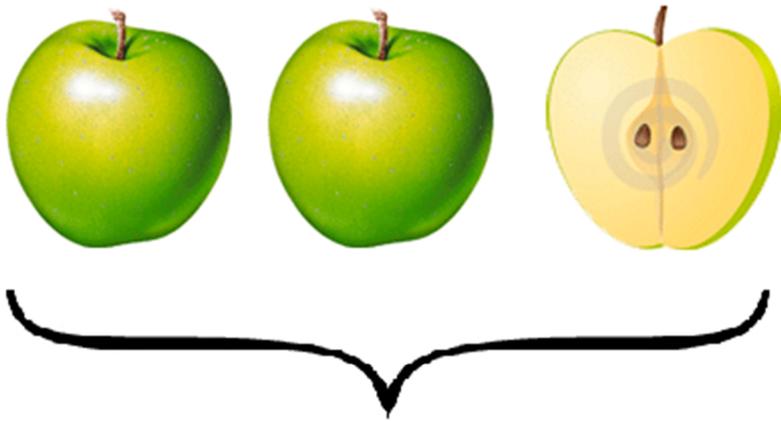
Но сейчас мы имеем дело с дробями, значит и отвечать надо в дробном виде.

Чтобы хорошо понять, как это делается, рассмотрим пример из жизни.

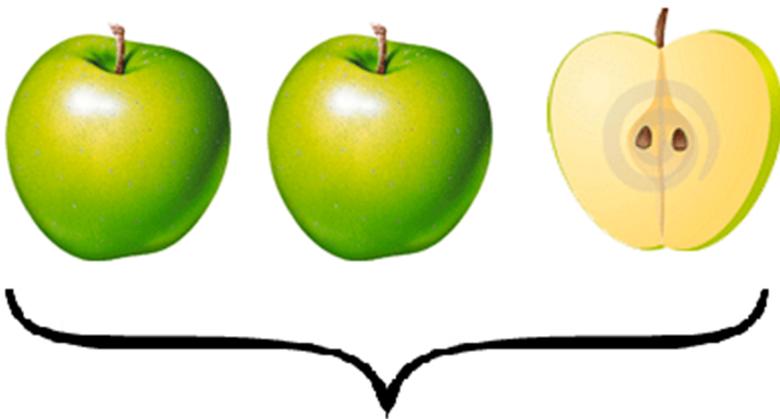
Представьте, что у вас есть 5 яблок и вы решили поделиться ими со своим другом.

Причём поделиться по-честному, чтобы каждому досталось поровну. Как разделить эти 5 яблок?

Очевидно, что каждому из вас достанется по два яблока, а оставшееся одно яблоко вы разрежете ножом пополам и тоже разделите между собой:



Это вам



Это вашему другу

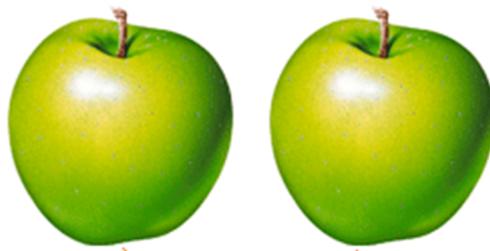
Посмотрите внимательно на этот рисунок. На нём показано, как пять яблок разделены между вами и вашим другом. Очевидно, что каждому досталось по два целых яблока и по половинке яблока.

$\frac{5}{2}$

Теперь возвращаемся к дроби $\frac{5}{2}$ и отвечаем на её вопрос. Сколько будет пять разделить на два? Смотрим на наш рисунок и отвечаем: если пять яблок разделить на двоих, то каждому достанется два целых яблока и половинка яблока. Так и записываем:

$$\frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

Схематически это выглядит так:



Два целых
яблока

Пять яблок

Разделить на двоих

$$\frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$



и половина

Процедуру, которую мы сейчас провели, называют **выделением целой части дроби**.

В нашем примере мы выделили целую часть дроби $\frac{5}{2}$ и получили новую дробь $2\frac{1}{2}$.
Такую дробь называют **смешанной**. Смешанная дробь — это дробь, у которой есть **целая часть** и **дробная**.

В нашем примере целая часть это 2, а дробная часть это $\frac{1}{2}$

Целая часть

Дробная часть

$$2 \frac{1}{2}$$

Обязательно запомните эти понятия! А лучше запишите в свою рабочую тетрадь. Выделить целую часть можно только у неправильных дробей. Напомним, что неправильная дробь это дробь, у которой числитель больше знаменателя. Например, следующие дроби являются неправильными, и у них выделена целая часть:

$$\frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

$$\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

$$\frac{28}{6} = 4 \frac{4}{6}$$

Чтобы выделить целую часть, достаточно знать, как делить числа уголком.

Например, выделим целую часть у дроби $\frac{5}{2}$. Записываем уголком данное выражение и решаем:

Это отправится в знаменатель дроби

Это будет целая часть

Это отправится в числитель дроби

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 1 \end{array} \Rightarrow 2 \frac{1}{2}$$

После того, как решение примера завершается, новую дробь собирают подобно детскому конструктору. Важно понимать, что куда относить. Частное относят к целой части, остаток относят в числитель дробной части, делитель относят в знаменатель дробной части.

В принципе, если вы хорошо знаете таблицу умножения, и можете быстро в уме выполнять элементарные вычисления, то можно обойтись без записей уголком. В школах кстати, именно этого и требуют — чтобы учащиеся не тратили время на простые операции, а сразу записывали ответы.

Но если вы только начинаете изучать математику, советуем записывать каждую мелочь.

Рассмотрим ещё один пример на выделение целой части. Пусть требуется выделить

целую часть дроби $\frac{57}{6}$

Записываем уголком данное выражение и решаем. Потом собираем смешанную дробь:

$$\begin{array}{r|l} 57 & 6 \text{ - Знаменатель дробной части} \\ \hline 54 & 9 \text{ - Целая часть} \\ \hline 3 & \text{ - Числитель дробной части} \end{array} \quad \Rightarrow \quad 9\frac{3}{6}$$

Получили: $\frac{57}{6} = 9\frac{3}{6}$

Перевод смешанного числа в неправильную дробь

Любое смешанное число получается в результате выделения целой части в неправильной дроби. Например, рассмотрим неправильную дробь $\frac{7}{3}$. Если

выделить в ней целую часть, то получается $2\frac{1}{3}$

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Но возможен и обратный процесс — любое смешанное число можно перевести в неправильную дробь. Для этого целую часть надо умножить на знаменатель дробной части и полученный результат прибавить к числителю дробной части. Полученный результат будет числителем новой дроби, а знаменатель останется без изменений.

Например, переведём смешанное число $2\frac{1}{3}$ в неправильную дробь. Умножаем целую часть 2 на знаменатель дробной части:

$$2 \times 3 = 6$$

Затем к 6 прибавляем числитель дробной части:

$$6 + 1 = 7$$

Полученная семёрка будет числителем новой дроби, а знаменатель 3 останется без изменений:

$$\frac{7}{3}$$

Подробное решение выглядит так:

$$2\frac{1}{3} = \frac{(2 \times 3) + 1}{3} = \frac{6 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

А с помощью переменных перевод смешанного числа в неправильную дробь можно записать так:

$$a\frac{b}{c} = \frac{(a \times c) + b}{c}$$

Пример 2. Перевести смешанное число $5\frac{2}{7}$ в неправильную дробь.
 Умножаем целую часть смешанного числа на знаменатель дробной части и прибавляем к числителю дробной части, а знаменатель оставляем без изменений:

$$5\frac{2}{7} = \frac{(5 \times 7) + 2}{7} = \frac{35 + 2}{7} = \frac{37}{7}$$

Проверь себя

Задание 1 . Распредели по группам:

а) правильные дроби, б) неправильные дроби, в) смешанные числа.

$$\frac{11}{5}, \frac{6}{8}, 7\frac{2}{3}, 25\frac{18}{44}, \frac{1}{3}, \frac{9}{2}, \frac{87}{124}, \frac{17}{9}, 45\frac{3}{16}.$$

Задание 2 . Прочитай смешанные числа:

а) $2\frac{7}{9}$, б) $101\frac{23}{39}$, в) $12\frac{13}{113}$.

Задание 3. Выделите целые части в следующих дробях:

a) $\frac{10}{7}$ b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{20}{8}$ d) $\frac{22}{6}$ e) $\frac{27}{6}$ f) $\frac{13}{3}$

Задание 4. Выделите целые части в следующих дробях:

a) $\frac{16}{10}$ b) $\frac{18}{9}$ c) $\frac{20}{5}$ d) $\frac{42}{8}$ e) $\frac{53}{20}$ f) $\frac{64}{8}$

Задание 5. Переведите смешанные дроби в неправильные:

a) $2\frac{1}{2}$ b) $3\frac{3}{5}$ c) $7\frac{5}{10}$ d) $9\frac{7}{9}$ e) $6\frac{8}{12}$ f) $9\frac{2}{3}$

Задание 6. Переведите смешанные дроби в неправильные, не расписывая как целая часть умножается на знаменатель дробной части и полученный результат складывается с числителем дробной части

a) $2\frac{1}{10}$ b) $4\frac{4}{6}$ c) $6\frac{3}{5}$ d) $9\frac{7}{10}$ e) $5\frac{5}{12}$ f) $8\frac{1}{4}$