

## Сложение смешанных чисел

Встречаются задачи, в которых требуется сложить смешанные числа. Например, найти значение

выражения  $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8}$ . Чтобы решить этот пример, нужно целые и дробные части сложить по отдельности.

Для начала запишем смешанные числа в развёрнутом виде:

$$2 + \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{8}$$

Применим сочетательный закон сложения. Сгруппируем целые и дробные части по отдельности:

$$(2 + 3) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)$$

Вычислим целые части:  $2 + 3 = 5$ . В главном выражении заменяем выражение в скобках  $(2 + 3)$  на полученную пятёрку:

$$5 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)$$

Теперь вычислим дробные части. Это сложение дробей с разными знаменателями. Как складывать такие дроби мы уже знаем:

$$\frac{4}{2} + \frac{1}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} + \frac{1 \times 1}{8 \times 1} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

Получили  $\frac{5}{8}$ . Теперь в главном выражении  $5 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)$  заменяем дробные части на

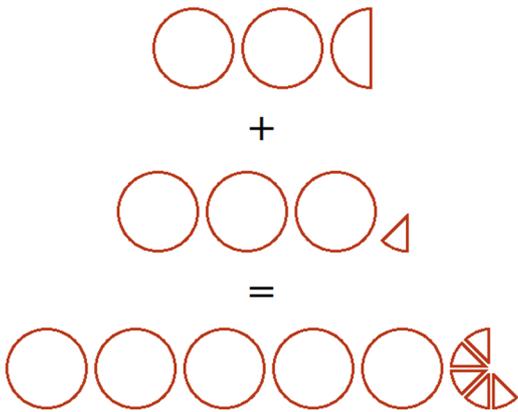
полученную дробь  $\frac{5}{8}$

$$5 + \frac{5}{8}$$

Теперь свернем полученное смешанное число:

$$5 + \frac{5}{8} = 5\frac{5}{8}$$

Таким образом, значение выражения  $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8}$  равно  $5\frac{5}{8}$ . Попробуем изобразить это решение в виде рисунка. Если к двум целым и половине пиццы прибавить три целые и одну восьмую пиццы, то получится пять целых пицц и ещё пять восьмых пиццы:



Подобные примеры нужно решать быстро, не останавливаясь на подробностях. Находясь в школе, нам пришлось бы записать решение этого примера следующим образом:

$$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8} = 2\frac{4}{8} + 3\frac{1}{8} = 5\frac{5}{8}$$

Если в будущем увидите такое короткое решение, не пугайтесь. Вы уже понимаете, что откуда взялось.

**Пример 2.** Найти значение выражения  $5\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4}$   
 Запишем смешанные числа в развёрнутом виде:

$$5 + \frac{5}{6} + 3 + \frac{3}{4}$$

Сгруппируем целые и дробные части по отдельности:

$$(5 + 3) + \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right)$$

Вычислим целые части:  $5 + 3 = 8$ . В главном выражении заменяем выражение в скобках  $(5 + 3)$  на полученное число 8

$$8 + \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right)$$

Теперь вычислим дробные части:

$$\frac{2}{6} \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \frac{3}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12} = 1 \frac{7}{12}$$

Получили смешанное число  $1 \frac{7}{12}$ . Теперь в главном выражении  $8 + \left( \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \right)$  заменяем выражение в скобках на полученное смешанное число  $1 \frac{7}{12}$

$$8 + 1 \frac{7}{12}$$

Получили выражение  $8 + 1 \frac{7}{12}$ . В данном случае число 8 надо прибавить к целой части смешанного числа  $1 \frac{7}{12}$ . Для этого смешанное число  $1 \frac{7}{12}$  можно временно развернуть, чтобы было понятнее, что с чем складывать:

$$8 + 1 + \frac{7}{12}$$

Сложим целые части. Получаем 9

$$9 + \frac{7}{12}$$

Сворачиваем готовый ответ:

$$9 + \frac{7}{12} = 9 \frac{7}{12}$$

Таким образом, значение выражения  $5 \frac{5}{6} + 3 \frac{3}{4}$  равно  $9 \frac{7}{12}$ .

Полное решение этого примера выглядит следующим образом:

$$5 \frac{5}{6} + 3 \frac{3}{4} = 5 \frac{10}{12} + 3 \frac{9}{12} = 8 \frac{19}{12} = 9 \frac{7}{12}$$

Для решения подобных примеров существует универсальное правило. Выглядит оно следующим образом:

Чтобы сложить смешанные числа, надо:

- привести дробные части этих чисел к общему знаменателю;
- отдельно выполнить сложение целых и дробных частей.

Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть в этой дроби и прибавить ее к полученной целой части.

Применение готовых правил допустимо в том случае, если суть темы полностью понятна. Решение по-шаблону, поглядывая в другие подобные примеры, приводит к ошибкам на обнаружение которых уходит дополнительное время. Поэтому, сначала разумнее понять тему, а затем пользоваться готовым правилом.

$$4\frac{2}{3} + 3\frac{2}{5}$$

**Пример 3.** Найти значение выражения

Воспользуемся готовым правилом. Приведём дробные части к общему знаменателю, затем по отдельности сложим целые и дробные части:

$$4\frac{2}{3} + 3\frac{2}{5} = 4\frac{10}{15} + 3\frac{6}{15} = 7\frac{16}{15} = 7 + 1\frac{1}{15} = 8\frac{1}{15}$$

### Сложение целого и смешанного числа

Встречаются задачи, в которых нужно сложить целое и смешанное число. Например, сложить 2 и

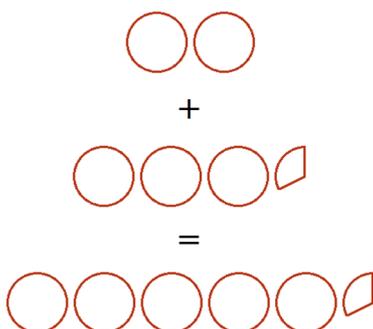
смешанное число  $3\frac{1}{3}$ . В этом случае целые части складываются отдельно, а дробная часть остаётся без изменения:

$$2 + 3\frac{1}{3} = 2 + 3 + \frac{1}{3} = (2 + 3) + \frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$$

Здесь смешанная дробь  $3\frac{1}{3}$  была развёрнута в ходе решения, затем целые части были сгруппированы и сложены. В конце целая и дробная части были свёрнуты. В результате получили

ответ  $5\frac{1}{3}$ .

Попробуем изобразить это решение в виде рисунка. Если к двум целым пиццам прибавить три целые и треть пиццы, то получатся пять целых и треть пиццы:



$$2 + 2\frac{5}{3}$$

**Пример 2.** Найдите значение выражения

В этом примере, как и в предыдущем, нужно сложить целые части:

$$2 + 2\frac{5}{3} = 2 + 2 + \frac{5}{3} = (2 + 2) + \frac{5}{3} = 4 + \frac{5}{3}$$

Осталось свернуть целую и дробную части, но дело в том, что дробная часть  $\frac{5}{3}$  представляет собой неправильную дробь. Сначала нужно выделить целую часть в этой неправильной дроби. Затем целую часть этой дроби прибавить к 4, а дробную часть оставить без изменения. Продолжим данный пример на новой строке:

$$\begin{aligned} 2 + 2\frac{5}{3} &= 2 + 2 + \frac{5}{3} = (2 + 2) + \frac{5}{3} = 4 + \frac{5}{3} = \\ &= 4 + 1\frac{2}{3} = 4 + 1 + \frac{2}{3} = (4 + 1) + \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = 5\frac{2}{3} \end{aligned}$$

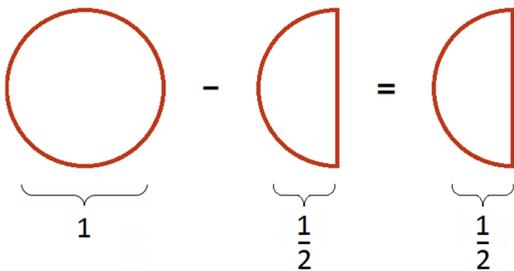
### Вычитание дроби из целого числа

Встречаются задачи, в которых требуется вычесть дробь из целого числа. Например, вычесть из

числа 1 дробь  $\frac{1}{2}$ . Чтобы решить такой пример, нужно целое число 1 представить в виде дроби  $\frac{1}{1}$ , и выполнить вычитание дробей с разными знаменателями:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1^{\cancel{2}}}{1} - \frac{1^{\cancel{1}}}{2} = \frac{1 \times 2}{1 \times 2} - \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Если имеется одна целая пицца и мы вычтем из неё половину пиццы, то у нас получится половина пиццы:

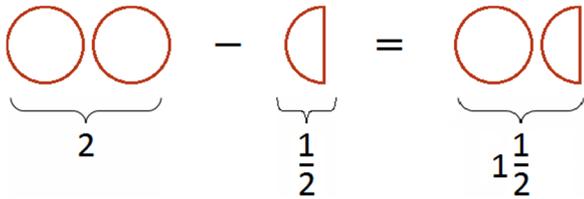


Пример 2. Найти значение выражения  $2 - \frac{1}{2}$ .

Представим число 2 в виде дроби  $\frac{2}{1}$ , и выполним вычитание дробей с разными знаменателями:

$$2 - \frac{1}{2} = \frac{2}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2}{1 \times 2} - \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

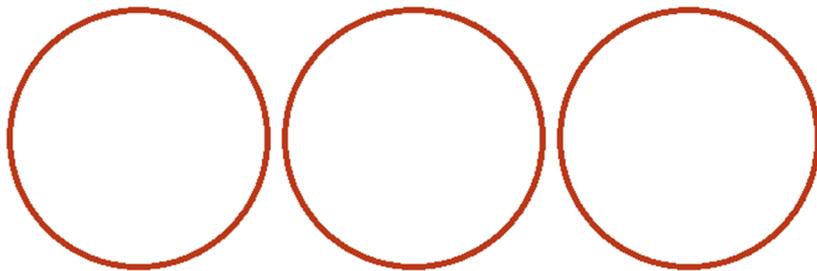
Если имеются две целые пиццы и мы вычтем из них половину, то останется одна целая и половина пиццы:



Такие примеры можно решать в уме. Достаточно суметь воспроизвести их в своём воображении. К

примеру, найдём значение выражения  $3 - \frac{1}{3}$ , не приводя на бумаге никаких вычислений.

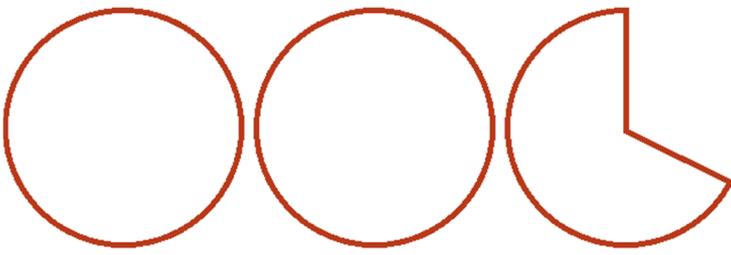
Представим, что число 3 это три пиццы:



Нужно вычесть из них  $\frac{1}{3}$ . Мы помним, что треть выглядит следующим образом:



Теперь представим, во что превратятся три пиццы, если отрезать от них эту треть



Получилось  $2\frac{2}{3}$  (две целых и две трети пиццы).

Чтобы убедиться в правильности решения, можно найти значение выражения  $3 - \frac{1}{3}$  обычным методом, представив число 3 в виде дроби, и выполнив вычитание дробей с разными знаменателями:

$$3 - \frac{1}{3} = \frac{3^{\cancel{3}}}{1} - \frac{1^{\cancel{1}}}{3} = \frac{3 \times 3}{1 \times 3} - \frac{1 \times 1}{3 \times 1} = \frac{9}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$


---

**Пример 3.** Найти значение выражения  $3 - \frac{5}{7}$

Представим число 3 в виде дроби  $\frac{3}{1}$ . Затем выполним вычитание дробей с разными знаменателями:

$$3 - \frac{5}{7} = \frac{3^{\cancel{7}}}{1} - \frac{5^{\cancel{1}}}{7} = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} - \frac{5 \times 1}{7 \times 1} = \frac{21}{7} - \frac{5}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$$


---

### Вычитание смешанного числа из целого числа

Теперь мы готовы к тому, чтобы вычесть смешанное число из целого числа. Найдём значение

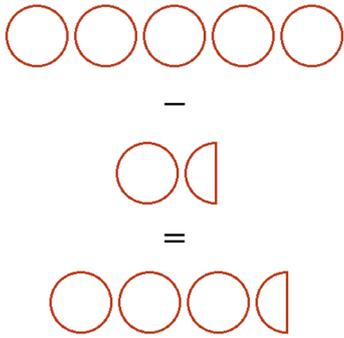
выражения  $5 - 1\frac{1}{2}$ .

Чтобы решить этот пример, число 5 нужно представить в виде дроби, а смешанное

число  $1\frac{1}{2}$  перевести в неправильную дробь. После перевода смешанного числа  $1\frac{1}{2}$  в неправильную дробь, получим дробь  $\frac{3}{2}$ . Теперь выполним вычитание дробей с разными знаменателями:

$$5 - 1\frac{1}{2} = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{5 \times 2}{1 \times 2} - \frac{3 \times 1}{2 \times 1} = \frac{10}{2} - \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Если из пяти целых пицц вычесть одну целую и половину пиццы, то останутся три целые пиццы и половина пиццы:



**Пример 2.** Найти значение выражения  $6 - 5\frac{2}{3}$

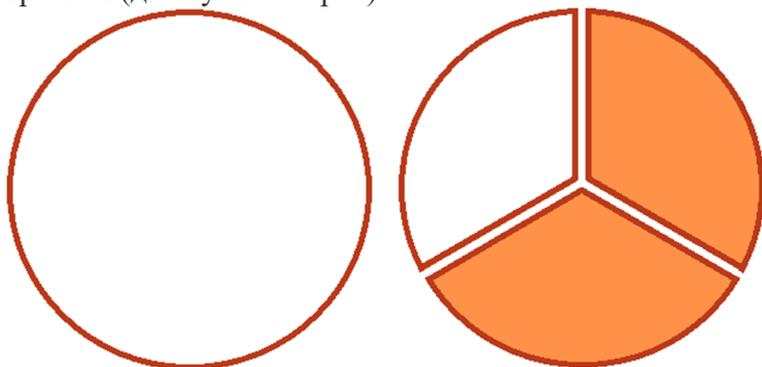
Представим 6 в виде дроби  $\frac{6}{1}$ , а смешанное число  $5\frac{2}{3}$ , в виде неправильной дроби. После перевода

смешанного числа  $5\frac{2}{3}$  в неправильную дробь, получим дробь  $\frac{17}{3}$ . Теперь выполним вычитание дробей с разными знаменателями:

$$6 - 5\frac{2}{3} = \frac{3}{6} - \frac{1}{17} = \frac{6 \times 3}{1 \times 3} - \frac{17 \times 1}{3 \times 1} = \frac{18}{3} - \frac{17}{3} = \frac{1}{3}$$

Примеры на вычитание дроби из числа или вычитание смешанной дроби из числа опять же можно выполнять в уме. Этот процесс легко поддаётся воображению.

К примеру, если нужно быстро найти значение выражения  $2 - \frac{2}{3}$ , то вовсе необязательно представлять число 2 в виде дроби и выполнять вычитание дробей с разными знаменателями. Число 2 можно вообразить, как две целые пиццы и далее представить, как от одной из них отрезали две третьих (два куса из трёх)



Тогда от той пиццы, от которой отрезали  $\frac{2}{3}$  останется  $\frac{1}{3}$  пиццы. Плюс одна из пицц останется нетронутой. Получится одна целая пицца и треть пиццы:

$$2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Если на рисунке вы закроете рукой две третьих пиццы (она закрашена), то сразу всё поймёте.

### Вычитание смешанных чисел

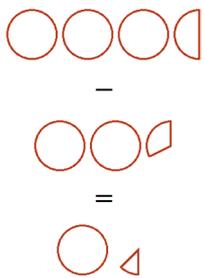
Встречаются задачи, в которых требуется вычесть из одного смешанного числа другое смешанное

число. Например, найдём значение выражения:  $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}$

Чтобы решить этот пример, нужно смешанные числа  $3\frac{1}{2}$  и  $2\frac{1}{3}$  перевести в неправильные дроби, затем выполнить вычитание дробей с разными знаменателями:

$$3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} = \frac{3\cancel{7}}{2} - \frac{2\cancel{2}}{3} = \frac{7 \times 3}{2 \times 3} - \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{21}{6} - \frac{14}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

Если от трёх целых пицц вычесть две целые и треть пиццы, то останутся одна целая и одна шестая пиццы:



**Пример 2.** Найти значение выражения  $5\frac{7}{9} - 2\frac{1}{6}$

Переводим смешанные числа  $5\frac{7}{9}$  и  $2\frac{1}{6}$  в неправильные дроби и выполняем вычитание дробей с разными знаменателями:

$$5\frac{7}{9} - 2\frac{1}{6} = \frac{5\cancel{2}}{9} - \frac{2\cancel{3}}{6} = \frac{52 \times 2}{9 \times 2} - \frac{13 \times 3}{6 \times 3} = \frac{104}{18} - \frac{39}{18} = \frac{65}{18} = 3\frac{11}{18}$$

К вычитанию смешанных чисел мы ещё вернёмся. В вычитании дробей есть немало тонкостей, которым новичок пока не готов. Например, возможен случай, когда уменьшаемое может оказаться меньше вычитаемого. Это может вывести нас в мир отрицательных чисел, которых мы ещё не изучали.

А пока изучим умножение смешанных чисел. Благо оно не такое сложное, как сложение и вычитание.