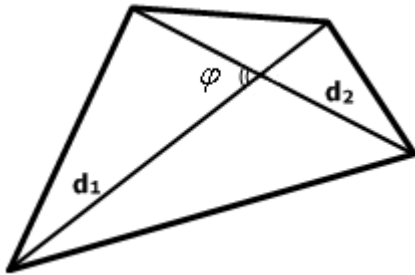


Площадь четырехугольника

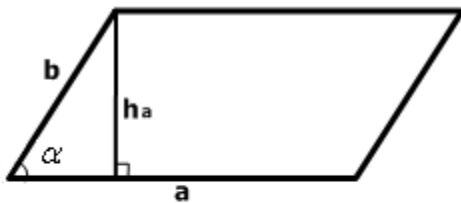
Теорема. Площадь произвольного выпуклого четырехугольника равна половине произведения длин его диагоналей на синус угла между ними.



$$S = d_1 d_2 \cdot \sin \varphi$$

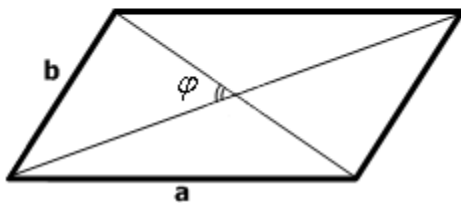
Площадь параллелограмма

Теорема. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



$$S = ah_a$$

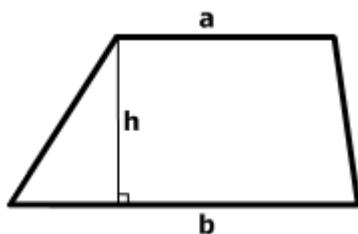
$$S = ab \cdot \sin \alpha$$



$$S = \left| \frac{a^2 - b^2}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right|$$

Площадь трапеции

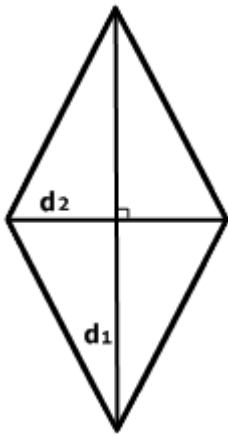
Теорема. Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.



$$S = \frac{1}{2}(a+b)h$$

Площадь ромба

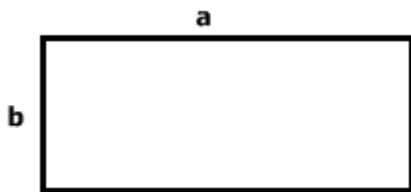
Площадь ромба равна половине произведения длин его диагоналей.



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Площадь прямоугольника

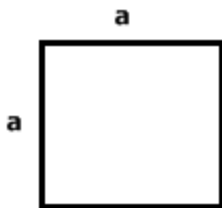
Теорема. Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон.



$$S = ab$$

Площадь квадрата

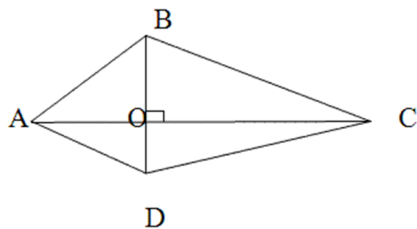
Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны.



$$S = a^2$$

Решенные задачи

Задача 1. Доказать, что площадь выпуклого четырехугольника, имеющего взаимно перпендикулярные диагонали, равна половине произведения его диагоналей.



Запись на доске.

Дано:

ABCD – вып. четырехугольник,

$AC \perp BD$.

Доказать:

$S_{ABCD} = 1/2 AC \cdot BD$.

Доказательство:

1. пусть $AC \cap BD = O$, тогда

$S_{\Delta ABC} = 1/2 AC \cdot BO$, т.к. BO является высотой в ΔABC ,

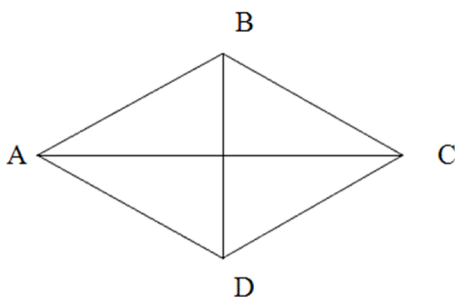
$S_{\Delta ADC} = 1/2 AC \cdot DO$, т.к. DO является высотой в ΔADC .

2. $S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC} = 1/2 AC \cdot BO + 1/2 AC \cdot DO = 1/2 AC \cdot (BO + DO) = 1/2 AC \cdot BD$, ч.т.д.

Задача 2

Одна из диагоналей ромба, площадь которого равна 27 см^2 , в 1,5 раза больше другой диагонали. Найти диагонали этого ромба.

Ученик записывает на доске:



Дано:

ABCD – ромб,

$$AC = 1,5 BD,$$

$$S_{ABCD} = 27 \text{ см}^2.$$

Найти:

AC, BD.

Решение:

$$1. S_{ABCD} = 1/2 AC \cdot BD.$$

Пусть $BD = x$ см, тогда $AC = 1,5x$ см. Т.к. по условию задачи $S_{ABCD} = 27 \text{ см}^2$, то получаем уравнение:

$$1/2 \cdot 1,5x \cdot x = 27,$$

$$1,5x^2 = 54,$$

$$x^2 = 36,$$

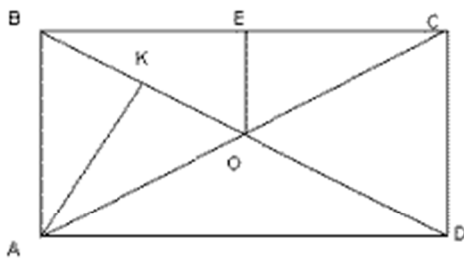
$$x = 6 \text{ (} x = -6 \text{ не подходит по смыслу задачи)}.$$

$$2. BD = 6 \text{ см, } AC = 1,5 \cdot 6 = 9 \text{ см.}$$

Ответ : 6 см и 9 см.

Задача 3. Перпендикуляр, опущенный из вершины угла A прямоугольника $ABCD$ на не проходящую через эту вершину диагональ, делит её в отношении 1:3 считая от вершины B . Диагональ прямоугольника 8 см. найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до большей стороны.

Обучающиеся выполняют чертеж у себя в тетради, а затем проверяют с доской, где ученик на обратной стороне готовит этот же чертеж.



Дано: $ABCD$ -прямоугольник, $AK \perp BD$
 $BK : KD = 1 : 3$
 $BD = 8$ см.
Найти: OE .

$ABCD$ - прямоугольник, то

$$BO = OD = AO = OC.$$

$$BO = 1/2 BD = 4 \text{ см, } KO = BO - BK = 2 \text{ см, т.е.}$$

$$BK = KO.$$

Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle AOK$ -
прямоугольные.

$$1. BK = KO$$

$$2. AK - \text{общая.}$$

$\triangle ABK = \triangle AOK$ по двум катетам.

Из $\triangle ABK = \triangle AOK$ получаем $BA = AO$, а

$BO = OA$, тогда $\triangle BOA$ - равносторонний,

$$\angle BOA = \angle AOB = \angle OBA = 60^\circ.$$

Рассмотрим $\triangle BEO$ - прямоугольный,

$$\angle OBE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, OE = 1/2 BO = 2 \text{ см.}$$

Ответ: 2 см.

Условие задач :

1. Стороны параллелограмма равны 6 см и 10 см и угол между ними 150 градусов. Найдите площадь параллелограмма.
2. Найдите площадь ромба с диагоналями 5 см и 8 см.
3. Стороны параллелограмма равны 10 см и 18 см и угол между ними 150 градусов. Найдите площадь параллелограмма.
4. Периметр квадрата 40 см. Найдите его площадь.
5. Площадь квадрата 81 кв. см. Найдите его периметр.
6. Стороны параллелограмма равны 6 см и 10 см и угол между ними 150 градусов. Найдите площадь параллелограмма.
7. Высоты параллелограмма равны 3 см и 4 см, острый угол между сторонами равен 30 градусов. Найдите площадь параллелограмма.
8. Найдите площадь трапеции со сторонами 6 см, 6 см, 10 см и 14 см, если угол между боковой стороной и нижнем основанием 30 градусов.
9. Стороны параллелограмма равны 8 см и 15 см и угол между ними 150 градусов. Найдите площадь параллелограмма.
10. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведённую к гипотенузе, если его катеты 8 см и 6 см., а гипотенуза равна 10 см