Свойства функции

Исследование функции на монотонность

Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве $X \subset D(f)$, если для любых точек x_1 и x_2 множества X — таких, что $x_1 < x_2$ — выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве $X \subset D(f)$, если для любых точек x_1 и x_2 множества X — таких, что $x_1 < x_2$ — выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Обрати внимание!

Иными словами:
функция возрастает, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
функция убывает, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

Исследование функции на ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве $X \subset D(f)$, если все значения этой функции на множестве X больше некоторого числа; иными словами, если существует число m — такое, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) > m$.

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве $X \subset D(f)$, если все значения этой функции на множестве X меньше некоторого числа; иными словами, если существует число M — такое, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) < M$.

Наименьшее и наибольшее значения функции

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если
1) существует точка $x_0 \in X$, такая, что $f(x_0) = m$;
2) для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если
1) существует точка $x_0 \in X$, такая, что $f(x_0) = M$;
2) для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Обозначения:
$y_{наим}$ — наименьшее значение функции;
$y_{наиб}$ — наибольшее значение функции.

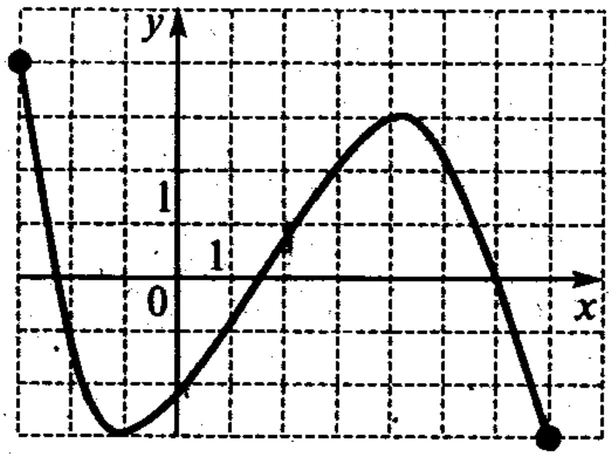
Если функция имеет наибольшее значение $y_{наиб}$, то её называют ограниченой сверху.
Если функция имеет наименьшее значение $y_{наим}$, то её называют ограниченной снизу.
Соответственно, можно рассуждать наоборот. Если функция не ограничена сверху, то у неё не существует наибольшего значения $y_{наиб}$. И если функция не ограничена снизу, то у неё не существует наименьшего значения $y_{наим}$.

Нули функции

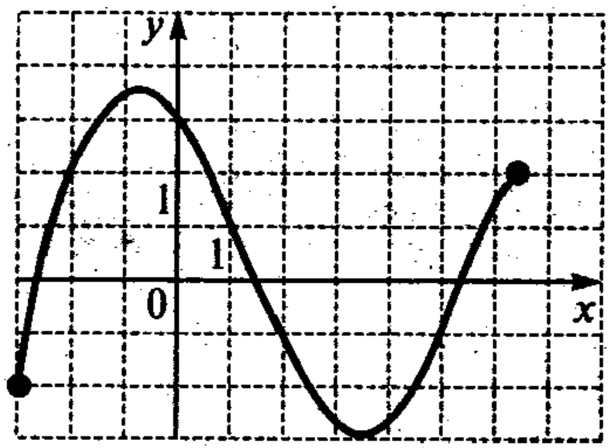
Нулём функции $y = f(x)$ называется такое значение аргумента x_0, при котором функция обращается в нуль.

Практическая часть

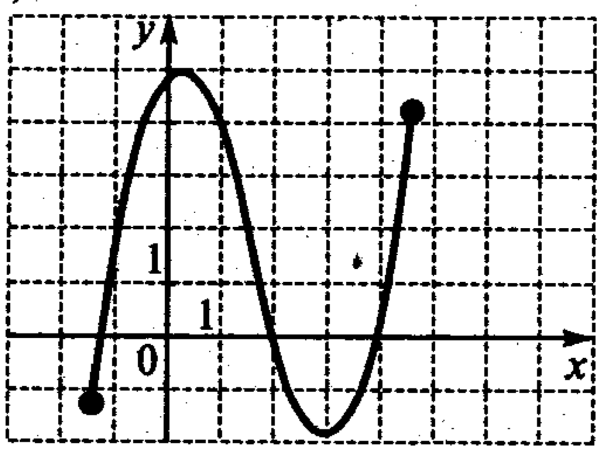
1)



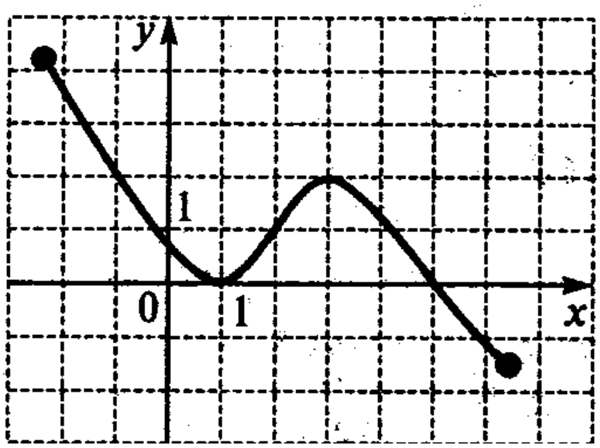
2)



3)



4)



1. Найти область определения функции
2. Найти область значений функции
3. Найти нули функции
4. Найти промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения; положительные значения.