

Арифметическая прогрессия



Последовательность, в которой каждый следующий член можно найти, прибавив к предыдущему одно и то же число d , называется **арифметической прогрессией**.

Если последовательность (a_n) является арифметической прогрессией, то для любого натурального значения n справедлива зависимость $a_{n+1} = a_n + d$.



Число d называется **разностью** арифметической прогрессии.

Если известен первый член арифметической прогрессии a_1 и разность d , то возможно вычислить любой член арифметической прогрессии:

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d;$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$$

и т. д.

n -ый член арифметической прогрессии можно получить, если к первому члену прогрессии добавить $(n - 1)$ разностей, т. е.,

$$a_n = a_1 + d(n - 1),$$

где n — порядковый номер члена прогрессии, a_1 — первый член прогрессии, d — разность.

Это равенство называется **общей формулой арифметической прогрессии**.

Её используют, чтобы вычислить n -ый член арифметической прогрессии (например, десятый, сотый и др.), если

известны первый член последовательности и разность.

Пример:

дана арифметическая прогрессия (a_n) , где $a_1 = 0$ и $d = 2$.

Написать:

а) первые пять членов прогрессии;

б) десятый член прогрессии.

а. Чтобы найти последующий член прогрессии, нужно к предыдущему прибавить разность:

$$a_2 = a_1 + d = 0 + 2 = 2;$$

$$a_3 = a_2 + d = 2 + 2 = 4;$$

$$a_4 = a_3 + d = 4 + 2 = 6;$$

$$a_5 = a_4 + d = 6 + 2 = 8.$$

б. Используется общая формула $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Если $n = 10$, то вместо n в формулу подставляется 10:

$$a_{10} = a_1 + 2 \cdot (10 - 1);$$

$$a_{10} = 0 + 2 \cdot 9;$$

$$a_{10} = 18.$$

Сумма первых n членов арифметической прогрессии

Сумму первых n членов арифметической прогрессии можно найти, используя формулу:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \text{ где } n \text{ — число членов последовательности.}$$

Пример:

дана арифметическая прогрессия (a_n) , где $a_1 = 0$ и $d = 2$.

Написать сумму первых пяти членов последовательности.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \text{ где } n = 5 \text{ и } a_n = a_5 = 8 \text{ (из предыдущего примера);}$$

$$S_5 = \frac{(a_1 + a_5) \cdot 5}{2} = \frac{(0 + 8) \cdot 5}{2} = 20.$$

Практическая часть

1. Найдите двадцать первый член арифметической прогрессии 38;30;22...
2. Найдите пятнадцатый член арифметической прогрессии 10,21,32...
3. Известно, что $a_1 = 7$ $d = 8$. Найдите a_{31}
4. Известно, что $a_1 = 8$ $d = -2$ $a_n = -54$. Найдите n
5. Найдите сумму первых семнадцати членов арифметической прогрессии 3;12;21...
6. Ребята отправились в поход на велосипедах, известно, что за первый час они проехали 400м, после они стали проезжать на 30 метров больше. За сколько часов они проедут 2850 метров.
7. Найти такие x , что $2x-1; 3x+1; 5x-7$ — три последовательных члена арифметической прогрессии.