

## Разработка факультативного занятия в 9 классе по теме: «Решение систем уравнений способом сложения»

### Цели урока.

#### 1. Образовательные:

- показать решение систем уравнений второй степени способом сложения;
- закрепить знание решения систем уравнений графическим способом и способом подстановки;
- учить выбирать наиболее рациональный способ решения данной системы;

#### 2. Развивающие:

- развитие мышления, внимания и памяти учащихся;
- развитие навыков самоконтроля;
- развитие математической речи;

#### 3. Воспитательные:

- воспитание активности, умения общаться, общей культуры.

### Структура урока

**I этап – мотивационно-ориентировочный:** разъяснение целей учебной деятельности.

**II этап - подготовительный:** актуализация прежних знаний.

**III этап – основной:**

- знакомство с новой темой;
- выполнение заданий по теме.

**IV этап – заключительный:**

- задание на дом;
- подведение итогов.

### Оборудование урока

Компьютер; проектор; экран; доска; карточки с заданиями

### Ход урока

#### 1. Организационный момент

*Учитель.* Здравствуйте, садитесь. Тема нашего урока «Решение систем уравнений способом сложения».

#### 2. Проверка домашней работы.

*Учитель.* Задания по карточкам

Карточка № 1

1. Изобразив схематически графики уравнений, определить, сколько решений имеет система уравнений:

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y+4)^2 = 1, \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4. \end{cases}$$

2. Решить неравенство:

$$x^2 < 4.$$

Карточка № 2

1. Решить систему способом подстановки:

$$\begin{cases} y - 3x = 4, \\ x^2 - y^2 = 2. \end{cases}$$

2. Решить неравенство:

$$x^2 - 6x < 0.$$

- С остальными учащимися проводится устная работа.

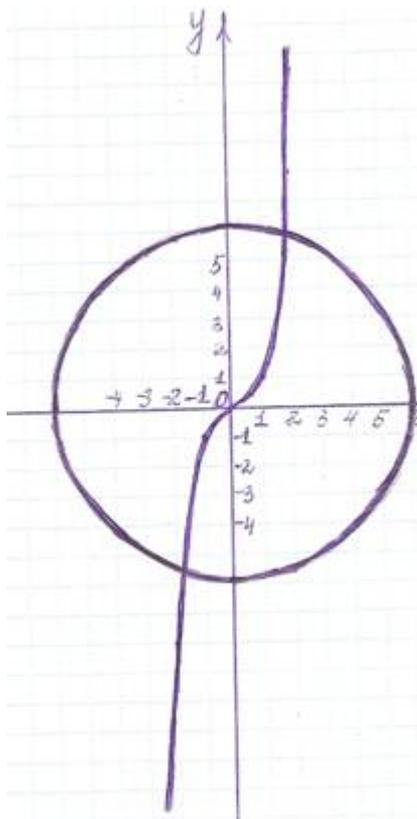
Задания для устной работы:

1. Сколько решений имеет система:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y = x^2 - 3, \\ y = -x^2 + 2. \end{cases}$

Ответ. а) Нет решений; б) 2 решения.

2. Назвать уравнения системы, решение которой изображено на рисунке:



Ответ:  $x_1 \approx -1,8$ ;  $y_1 \approx -5,8$ ;  $x_2 \approx 1,8$ ;  $y_2 \approx 5,8$ ;

Ответ:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^3. \end{cases}$$

3. Решить систему:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 2y = 3, \\ y(x - 2y) = 6. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

Ответ. а) (2;7); б) (5;2).

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (9/y)^2 + y^2 = 18, \\ x = 9 : y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 81/y^2 + y^2 = 18, \\ x = 9 : y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 + y^4 - 18y^2 = 0, \\ x = 9 : y \end{cases}$$

$$y^4 - 18y^2 + 81 = 0,$$

$$y^2 = m$$

$$m^2 - 18m + 81 = 0$$

$$D = 324 - 324 = 0$$

$$m = 18 / 2 = 9$$

$$y^2 = 9$$

$$y = 3,$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ x = 3. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - 2x = 2x^2 - 5x + 1, \\ y = -3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4 = 0, \\ y = -3 - 2x \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 0,$$

$D = 9 - 32 = -23 < 0 \Rightarrow$  нет корней  $\Rightarrow$  система не имеет решений  $\Rightarrow$  нет точек пересечения окружности и прямой.

### 3. Знакомство с новым материалом

**Учитель.** Запишите в тетрадях число, тему урока и следующую систему уравнений второй степени

$$\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x - y + xy = 13. \end{cases}$$

Решите ее разными способами, начните с графического.

Первый учащийся решает графическим способом, комментируя решение.

Решение:

$$\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x - y + xy = 13; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + xy = 5 - x, \\ xy - y = 13 - x; \end{cases} \Leftrightarrow$$

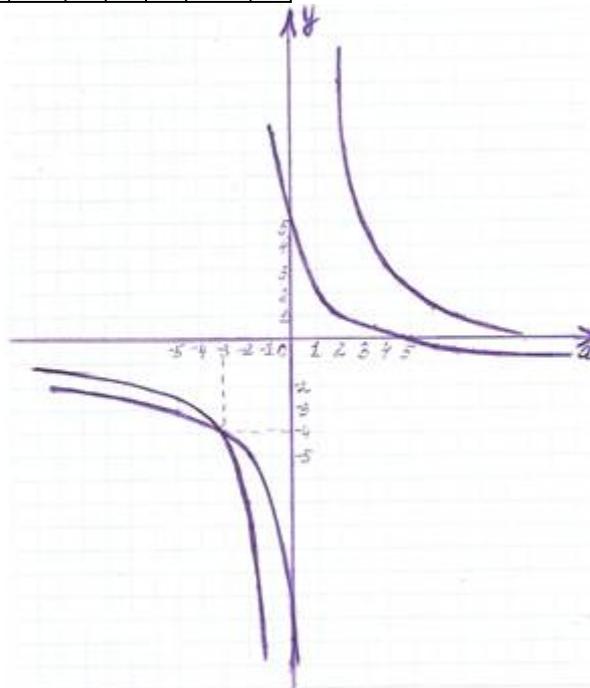
$$\begin{cases} y(1+x) = 5-x, \\ y(x-1) = 13-x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (5-x) : (1+x), \\ y = (13-x) : (x-1). \end{cases}$$

1)  $x \neq -1$

x	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3	4	5
y	-2,5	-3	-4	-7	5	2	1	0,5	0,2	0

2)  $x \neq 1$

x	-7	-5	-3	-2	0	2	3	4	5	6	7
y	-2,5	-3	-4	-5	-13	11	5	3	2	1,4	1



Ответ:  $x \approx -3$ ,  $y \approx -4$ .

**Учитель.** На прошлых уроках мы говорили о достоинствах графического способа (графики элементарных функций легко построить, координаты точек пересечения являются решениями данной системы). Удобен ли для данной системы этот способ? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Нет, на построение потрачено много времени, так как функции получились неэлементарные. Нет однозначного ответа на вопрос о количестве решений.

**Учитель.** Решите систему способом подстановки.

Второй учащийся решает данную систему способом подстановки, комментируя решение.

**Решение:**

$$\begin{cases} y = (5-x) : (1+x), & x \neq -1 \\ y(5-x) : (1+x) + (5-x) : (1+x) = 13; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = (5-x):(1+x), \\ (5x-x + x + x -5+x -13-13x):(1+x)=0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = (5-x):(1+x), \\ (-6x-18):(1+x)=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (5-x):(1+x), \\ -6x=18; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=(5+3):2, \\ x=-3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4, \\ x=-3. \end{cases}$$

Ответ: (-3,-4)

**Учитель.** Этот способ дает точное решение, но решение громоздкое, в результате подстановки получилось дробное уравнение.

В 7-ом классе помимо графического способа и способа подстановки вы решали системы линейных уравнений способом сложения. Вспомним этапы решения систем способом сложения (на дом было дано задание: вспомнить этапы решения систем способом сложения).

*Ответ.* При необходимости умножить почленно уравнения системы на число так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами; сложить почленно левые и правые части уравнений системы; решить полученное уравнение с одной переменной; найти соответствующее значение второй переменной. Попробуйте применить этот способ для данной системы.

Третий учащийся решает данную систему способом сложения, комментируя решение.

Решение:

$$\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x - y + xy = 13 \end{cases} \quad -1 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y - xy = -5, \\ xy + x - y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y = 8, \\ xy + x - y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = -4, \\ -4x + x + 4 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4, \\ -3x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4, \\ x = -3. \end{cases}$$

Ответ: (-3; -4).

**Учитель.** Назовите достоинства этого способа.

*Ответ.* Дает точное решение, нет трудоемких преобразований, после сложения получается линейное уравнение, которое легко решить.

Учитель. Любую ли систему можно решить способом сложения?

*Ответ.* Нет, только в отдельных случаях, если уравнения системы однотипны и отличаются друг от друга коэффициентами.

Если учащиеся не назовут ответ на последний вопрос, то задать дополнительный вопрос: Всегда ли при почленном сложении уравнений системы исчезает одна из переменных?

**Вывод:** Для каждой системы необходимо выбирать свой рациональный способ.

#### 4. Закрепление изученного материала

**Учитель.**

Ребята решают систему.

Решение:

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 = 32, \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16, \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ 16 + 2y^2 = 18 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -4, \\ 16 + 2y^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4, \\ y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -4, \\ y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = 4, \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -4, \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -4, \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: (4,1), (4,-1), (-4,1), (-4,-1).

**Учитель.** Иногда при решении систем приходится использовать два способа одновременно.

Ребята решают систему.

Решение:

$$\begin{cases} xy + x = 56, | -1 \\ xy + y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -xy - x = -56, \\ xy + y = 54 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y - x = -2, \\ xy + y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2, \\ x(x - 2) + x - 2 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = x - 2, \\ x^2 - x - 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x = 8 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -9, \\ x = -7 \end{cases}$$

Ответ: (8,6), (-7, -9).

## 5. Подведение итогов урока

**Учитель.** Еще раз вспомним, какие способы систем уравнений второй степени существуют; назовите этапы решения систем уравнений.

Выставляются оценки за урок.

Спасибо за урок. До свидания.

## Контролирующая самостоятельная работа

(для следующего урока)

**Решить системы способом сложения:**

*I вариант*

$$а) \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22, \\ x^2 + 3y^2 = 28; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3, \\ x^2 + x + 2y = 4. \end{cases}$$

*I вариант*

$$а) \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41, \\ 2x^2 + y^2 = 59; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x^2 - 3x - 2y = 4, \\ x^2 + x - 3y = 18. \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 3y^2x = -2, \\ x^2 - x^2y = 1. \end{cases}$$