

Разработка факультативного занятия в 9 классе по теме: «Решение симметрических систем уравнений»

Цели урока:

- **образовательная:** обучение решению систем уравнений, содержащих однородное уравнение, симметрических систем уравнений;
- **развивающая:** развитие мышления, внимания, памяти, умения выделять главное;
- **воспитательная:** развитие коммуникативных навыков.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Оборудование: компьютер, мультимедийный проектор.

Содержание урока

I. Мотивация учебной деятельности учащихся

Вступительное слово учителя

На предыдущем уроке мы рассматривали решение систем уравнений методом замены неизвестных. Общего правила выбора новых переменных не существует. Однако, можно выделить два вида систем уравнений, когда есть разумный выбор переменных:

- симметрические системы уравнений;
- системы уравнений, одно из которых однородное.

II. Изучение нового материала

Учащиеся II варианта отчитываются о проделанной домашней работе.

1. Демонстрация слайдов мультимедийной презентации «Системы, содержащие однородное уравнение» ([презентация 1](#)).

Учащиеся записывают в тетради:

Система уравнений, одно из которых однородно относительно x и y , т. е.

$$\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ Q(x, y) = 0, \end{cases} \text{ где, например, } F(x, y) \text{ – однородный многочлен относительно } x \text{ и } y$$

степени n удобно решать, используя замену переменных $y=tx$ или $x=ty$.

2. Работа в парах учащихся, сидящих за одной партой: учащийся II варианта объясняет соседу по парте решение системы, содержащей однородное уравнение.

Отчёт учащихся I варианта.

1. Демонстрация слайдов мультимедийной презентации «Симметрические системы уравнений» ([презентация 2](#)).

Учащиеся записывают в тетради:

Если оба уравнения системы $\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ Q(x, y) = 0 \end{cases}$ являются симметрическими многочленами относительно x и y , то полезно принять за новые переменные симметрические многочлены $x+y=u$, $xy=v$.

2. Работа в парах учащихся, сидящих за одной партой: учащийся I варианта объясняет соседу по парте решение симметрической системы уравнений.

III. Закрепление изученного материала

Работа в группах (в группу по 4 ученика объединяются учащиеся, сидящие за соседними партами).

Каждая из 6 групп выполняет следующее задание.

Определить вид системы и решить её:

а) $\begin{cases} x^2y + y^2x = 54 \\ x + y + xy = 15 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$

Учащиеся в группах анализируют системы, определяют их вид, затем, в ходе фронтальной работы обсуждают решения систем.

а) система

$$\begin{cases} xy(x + y) = 54 \\ (x + y) + xy = 15 \end{cases}$$

симметрическая, введем новые переменные $x+y=u$, $xy=v$

$$\begin{cases} uv = 54, \\ u + v = 15, \end{cases} \begin{cases} u = 15 - v, \\ (15 - v)v = 54, \end{cases}$$

$$v^2 - 15v + 54 = 0$$

$$v_1 = 9, v_2 = 6$$

$$u_1 = 6, u_2 = 9$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 - y \\ y^2 - 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$y^2 - 6y + 9 = 0,$$

$$y = 3,$$

$$x = 6 - 3 = 3,$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 9, \\ xy = 6, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 - y, \\ y^2 - 9y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$y_1 = \frac{9 + \sqrt{57}}{2}, y_2 = \frac{9 - \sqrt{57}}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 - \sqrt{57}}{2}, x_2 = \frac{9 + \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9 - \sqrt{57}}{2} \\ y = \frac{9 + \sqrt{57}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{57}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

Ответ: (3;3), $(\frac{9 - \sqrt{57}}{2}; \frac{9 + \sqrt{57}}{2})$, $(\frac{9 + \sqrt{57}}{2}; \frac{9 - \sqrt{57}}{2})$

б) система

$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$$

содержит однородное уравнение.

Пара чисел (0;0) не является решением системы.

$$\begin{cases} 3\frac{x^2}{y^2} - 4\frac{x}{y} + 1 = 0, & \frac{x}{y} = t, \\ x^2 + 2y^2 = 19, \end{cases}$$

$$3t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + 2y^2 = 19, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ x^2 + 2y^2 = 19, \end{cases}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{19}{3}}, y_1 = \sqrt{\frac{19}{3}}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1, y_1 = 3 \\ x_2 &= -1, y_2 = -3 \end{aligned}$$

$$x_2 = -\sqrt{\frac{19}{3}}, y_2 = -\sqrt{\frac{19}{3}}$$

Ответ: $(\sqrt{\frac{19}{3}}, \sqrt{\frac{19}{3}})$; $(-\sqrt{\frac{19}{3}}, -\sqrt{\frac{19}{3}})$; $(1; 3)$; $(-1; -3)$

IV. Контроль знаний учащихся

Самостоятельная работа по вариантам.

Решите систему уравнений:

I вариант

II вариант

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy - y^2 = 4 \\ 3x^2 - 2xy - 2y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + xy + y = 9 \end{cases}$$

Учащиеся сдают тетради учителю на проверку.

V. Домашнее задание

1. Выполняют все учащиеся.

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \\ x^2 - xy - 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

2. Выполняют «сильные» учащиеся.

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

VI. Итог урока

Вопросы:

С какими видами систем уравнений вы познакомились на уроке?

Какой способ решения систем уравнений применяется при их решении?